

Modele reprezentatywnych podmiotów gospodarczych jako narzędzie analizy w nowej syntezie neoklasycznej

Przemysław Włodarczyk*

Nadesłany: 3 czerwca 2016 r. Zaakceptowany: 21 września 2016 r.

Streszczenie

W opracowaniu omówiono główne rodzaje modeli reprezentatywnych podmiotów gospodarczych, wykorzystywane przez przedstawicieli nowej szkoły keynesowskiej, w szczególności nowej syntezy neoklasycznej. Pozwoliło to na ocenę warunków, których przyjęcie jest konieczne do wyznaczenia rozwiązania tych modeli.

Analizie poddano modele oparte na koncepcji konkurencji monopolistycznej Dixita-Stiglitz, nieuwzględniające sztywności cen nominalnych. Wprowadzono kilka prostych założeń umożliwiających agregację i w stosunkowo niewielkim stopniu ograniczających heterogeniczność podmiotów gospodarczych. Doprowadziło to do uzyskania modelu równowagi ogólnej, którego rozwiązanie na poziomie agregatowym będzie takie samo jak to, które uzyskalibyśmy w wyniku rozwiązania problemów optymalizacyjnych każdego z analizowanych podmiotów z osobna.

W odniesieniu do modeli uwzględniających sztywność cen i płac stwierdzono, że zastosowane metody, przede wszystkim mechanizm sztywności cen Calvo oraz analogiczny do niego mechanizm sztywności płac Ercega, Hendersona i Levina, sprawiają, iż mogą one być rozwiązane jedynie przy założeniu istnienia tzw. równowagi symetrycznej.

Słowa kluczowe: nowa synteza neoklasyczna, reprezentatywne podmioty gospodarcze, agregacja, mikropodstawy ekonomii

JEL: B41, C61, D58

* Uniwersytet Łódzki, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Katedra Makroekonomii; e-mail: pwlodarczyk@uni.lodz.pl.

1. Wstęp

Wykorzystanie modeli reprezentatywnych podmiotów gospodarczych w analizach ekonomicznych jest wynikiem prowadzenia przez ekonomistów poszukiwań mikropodstaw procesów gospodarczych. Relacje łączące mikroekonomię i makroekonomię oraz ich rola, miejsce i znaczenie w tworzonej systemie naukowym stanowią jedno z podstawowych zagadnień, z jakimi od lat próbuje się zmierzyć ekonomia oraz metodologia nauk ekonomicznych.

Zagadnienie to poruszył już Frisch (1933, s. 2). Uważa się, że jako pierwszy podzielił on ekonomię na dwie subdyscypliny (Duarte, Lima 2012, s. 11; Hoover 2014, s. 5). Nie odniósł się jednak do problemu bezpośrednio, ale definiował mikroekonomię (nazywaną przez niego analizą mikrodynamiczną) jako: „(...) analizę, w której próbujemy wyjaśnić w sposób szczegółowy działanie pewnych działów potężnego mechanizmu ekonomicznego, przyjmując, że pewne ogólne parametry są dane”¹ (Frisch 1933, s. 2). Uważał, że mikroekonomia i makroekonomia powinny się uzupełniać, choć jego zdaniem to makroekonomia odgrywa główną rolę. Podejście to nie jest współcześnie zbyt popularne.

W swojej *Ogólnej teorii zatrudnienia, procentu i pieniądza* (1936, wyd. pol. 2003) – dziele, które w dużej mierze zdefiniowało makroekonomię – Keynes niejednokrotnie odwoływał się do mikroekonomicznych uzasadnień, które zaczerpnął od Marshalla, jednak nie przeprowadził systematycznej analizy związków pomiędzy decyzjami jednostek a wartościami agregatowymi (Hoover 2008, s. 318). Zdaniem części interpretatorów mogło to wynikać z faktu, że nie chciał dodatkowo utrudniać odbioru dzieła, które i tak charakteryzowała nowoczesna i nietypowa wówczas metoda badawcza (McQueen 1988, s. 112, za: Wojtyna 2000, s. 72). Na związki pomiędzy mikro- a makroekonomią jako pierwszy zwrócił uwagę Leontief w komentarzu do *Ogólnej teorii*.... Zarzucił w nim Keynesowi, że w przeciwieństwie do ekonomistów klasycznych nie oparł swych koncepcji na „szeregu fundamentalnych założeń dotyczących ekonomicznych zachowań jednostek oraz przedsiębiorstw” (Leontief 1936, s. 196).

Zarysowany przez Leontiefa program badawczy, ukierunkowany na stworzenie mikropodstaw makroekonomii, w kolejnych latach realizowało wielu ekonomistów młodszego pokolenia, między innymi: Samuelson, Klein, Dusenberry, Friedman, Modigliani, Baumoll, Tobin, Jorgenson czy Patinkin. Celem prowadzonych przez nich badań było określenie mikroekonomicznych uwarunkowań funkcji agregatowych wykorzystywanych przez Keynesa: konsumpcji, inwestycji, popytu na pieniądź, popytu na pracę i jej podaży, w sposób spójny z agregatowym modelem równowagi ogólnej IS-LM (Hoover 2008, s. 318). Prace te doprowadziły do określenia zasad poprawnej agregacji poszczególnych wielkości mikroekonomicznych do poziomu makrowielkości gospodarczych oraz wskazania podstawowych determinant tych kategorii. Wysiłki te zaowocowały powstaniem modeli keynesowskich dużej skali, które w praktyce były ogromnymi tablicami agregacyjnymi. Duży wkład w ich powstanie mieli między innymi Tinbergen oraz Klein, a w Polsce Władysław Welfe.

Punktem zwrotnym w rozwoju mikropodstaw była z pewnością tzw. krytyka Lucasa (1976). Autor zwrócił uwagę na to, że polityka gospodarcza nie jest neutralna w stosunku do systemu gospodarczego. Oznacza to, że jej zmiany wpływają na oczekiwania i decyzje podmiotów gospodarczych i, co za tym idzie, mogą prowadzić do zaburzenia niezmienniczości parametrów analizowanego modelu. W opinii Lucasa (1976, s. 259–260) można tego uniknąć przez wyprowadzenie teorii ekonomicznej z poziomu indywidualnych decyzji podmiotów gospodarczych; jako dane przyjmuje się wyłącznie parametry odnoszące się do preferencji i technologii. Geweke (1985) wykazał z kolei, że zmiany polityki gospodarczej

¹ Wszystkie tłumaczenia w artykule pochodzą od autora.

mogą także różnicować relacje pomiędzy zmiennymi agregatowymi. Tradycyjne modele ekonomiczne, oparte na agregowaniu mikrowielkości gospodarczych według niezmiennych reguł, nie nadają się zatem do analizowania dynamicznie rozwijającego się systemu gospodarczego.

Jak wskazał Hoover (2009), realizacja radykalnego, redukcjonistycznego postulatu Lucasa spowodowałaby, że makroekonomia zostałaby podporządkowana mikroekonomii i zanikłyby różnice między tymi subdyscyplinami. Program ten miał jednak duży oddźwięk wśród ekonomistów i to nie tylko w środowiskach powiązanych z nową makroekonomią klasyczną i szkołą realnego cyklu koniunkturalnego (RBC) (por. Kydland, Prescott 1982), ale również w młodszym pokoleniu keynesistów. Jednym z głównych celów tzw. nowej szkoły keynesowskiej stało się wyjaśnienie, dlaczego racjonalne lub prawie racjonalne decyzje podmiotów gospodarczych mogą prowadzić do niesprawności rynków na poziomie makroekonomicznym oraz powodować typowo keynesowskie skutki (Tobin 1993, s. 47; Wojtyna 2000, s. 148–149). Osiągnięcie tego celu stało się możliwe między innymi dzięki temu, że przedstawiciele nowej syntezy neoklasycznej (NSN) na szeroką skalę wykorzystywali modele reprezentatywnych podmiotów gospodarczych stworzone przez szkołę realnego cyklu koniunkturalnego.

Mimo upływu 40 lat od ogłoszenia „krytyki Lucasa” redukcjonistyczne przesłanki jego programu nadal budzą liczne wątpliwości. Może to wynikać stąd, że zdaniem wielu ekonomistów wykorzystanie modeli redukcjonistycznych wiąże się z przyjęciem założenia o pełnej homogeniczności analizowanych podmiotów gospodarczych. Z drugiej strony na prezentowane oceny niewielki wpływ ma szybki rozwój wykorzystywanych modeli, który obserwujemy w ostatnich latach, jak również dość duża skuteczność metod redukcjonistycznych w innych dziedzinach, szczególnie w naukach ścisłych. Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie założeń modeli reprezentatywnych podmiotów gospodarczych oraz ocena ich przydatności jako narzędzi badawczych wykorzystywanych przez przedstawicieli nowej szkoły keynesowskiej, zwłaszcza nurtu NSN.

Struktura opracowania jest następująca. W części drugiej scharakteryzowano główne rodzaje modeli reprezentatywnych podmiotów wykorzystywanych przez przedstawicieli nowej syntezy neoklasycznej, w szczególności mających zastosowanie w modelach dynamicznej stochastycznej równowagi ogólnej (DSGE). W trzeciej części omówiono formułowaną w literaturze przedmiotu krytykę wykorzystania modeli reprezentatywnych podmiotów w analizach gospodarczych. W części czwartej oceniono korzyści z ich zastosowania w porównaniu z alternatywnymi metodami analizy ekonomicznej. W ostatniej części przedstawiono krótkie podsumowanie przeprowadzonych analiz.

2. Istota modeli reprezentatywnych podmiotów gospodarczych oraz ich rola w programie badawczym nowej syntezy neoklasycznej

Modele reprezentatywnych podmiotów gospodarczych odegrały istotną rolę w budowie mikropodstaw współczesnej ekonomii w odpowiedzi na wątpliwości wysunięte przez Lucasa (1976). Stały się również podstawą wielu alternatywnych ujęć modelowych gospodarki, zaproponowanych przez przedstawicieli konkurujących ze sobą szkół ekonomicznych, w szczególności nowej makroekonomii klasycznej, szkoły realnego cyklu koniunkturalnego oraz nowej szkoły keynesowskiej (wraz z nurtem NSN). Swą popularność modele te zawdzięczają niewątpliwie dużej elastyczności. Pozwala ona na wprowadzenie i testowanie wielu konkurencyjnych założeń, a jednocześnie umożliwia stosunkowo łatwe osadzenie rozważań w schemacie równowagi ogólnej.

Bludnik (2009) wyróżnia trzy podstawowe kategorie modeli reprezentatywnych podmiotów wykorzystywane przez przedstawicieli NSN. Do pierwszej należą modele niedoskonałej konkurencji, do drugiej modele heterogeniczności homogenicznych grup podmiotów, a do trzeciej modele *continuum* podmiotów gospodarczych. Początkowo modele te wykorzystywano jako modele równowagi cząstkowej i stanowiły odrębne narzędzia. Obecnie tworzą zręby standardowego modelu DSGE, który w ostatnich latach, głównie za sprawą publikacji ekonomistów z nurtu NSN, zajmuje dominującą pozycję w praktyce ekonomicznej. Przyjrzyjmy się zatem konstrukcji tego typu modelu oraz jej założeniom.

W naszych rozważaniach ograniczamy się do analizy standardowego modelu DSGE o małej skali, zaproponowanego przez przedstawicieli nowej syntezy neoklasycznej (zob. Clarida, Gali, Gertler 1999; Gali 2008, rozdz. 3). Jest to model gospodarki zdecentralizowanej, uwzględniający trzy podstawowe rodzaje decyzji ekonomicznych podejmowanych przez dwie grupy podmiotów gospodarczych: decyzje gospodarstw domowych dotyczące rozmiarów konsumpcji i podaży pracy oraz decyzje przedsiębiorstw co do poziomu cen. Model ten można oczywiście rozszerzać o inne aspekty systemu gospodarczego, na przykład uwzględniając funkcjonowanie rynku pracy, sektora finansowego, akumulację kapitału czy gospodarkę otwartą. Powoduje to pojawienie się nowych podmiotów i nowych problemów optymalizacyjnych. Ich struktura jest jednak zbliżona do struktury zagadnień uwzględnionych w modelu podstawowym i nie mają one istotnego wpływu na poniższe rozważania. Dopełnienie tak zdefiniowanego modelu stanowi reguła stóp procentowych, która określa zachowanie banku centralnego. Bank centralny jest jednak jedynym podmiotem powołanym do realizacji polityki pieniężnej i nie ma konieczności wykorzystania do jego modelowania koncepcji reprezentatywnego podmiotu gospodarczego. W związku z tym nie będziemy się tym szczegółowo zajmować w niniejszej pracy.

W standardowym nowokeynesowskim modelu DSGE preferencje gospodarstw domowych, które dokonują wyboru poziomu konsumpcji oraz podaży pracy, są analizowane za pomocą modelu *continuum* podmiotów gospodarczych, do którego wprowadzono elementy modelu niedoskonałej konkurencji Dixita-Stiglitz (Dixit, Stiglitz 1977). Podejście takie zostało po raz pierwszy wykorzystane w opracowaniu Yuna (1996). We wcześniejszych ujęciach problemu, które możemy spotkać na przykład w pracy Blancharda i Kiyotakiego (1987), wykorzystywano model nakładających się pokoleń (ang. *overlapping generations model*, OLG). Wprowadzenie założenia, że istnieje nieprzeliczalnie wiele żyjących w nieskończoność gospodarstw domowych, sprawia, iż decyzje podejmowane przez jedno gospodarstwo nie mają wpływu na wybór pozostałych gospodarstw ani na poziom cen, gdyż nie przekładają się na rozmiary agregatowego popytu (popyt zgłaszany przez pojedyncze gospodarstwo domowe jest podzbiorem miary zero agregatowego popytu). Znacznie ułatwia to rozwiązanie modelu.

Do analizy problemu optymalizacyjnego przedsiębiorstw standardowo wykorzystuje się model konkurencji monopolistycznej Dixita-Stiglitz, do którego wprowadza się dodatkowo sztywność nominalną cen (a w bardziej rozwiniętych modelach również sztywność nominalną płac). Podobnie jak w przypadku gospodarstw domowych przyjmuje się, że istnieje nieprzeliczalnie wiele przedsiębiorstw, a każde z nich produkuje jeden rodzaj dobra. Założenie to pozwala indeksować przedsiębiorstwa i dobra za pomocą tego samego indeksu. Dobra te mają różny charakter, co sprawia, że nie są doskonałymi substytutami. Przedsiębiorstwa dysponują zatem pewną siłą monopolistyczną. Dzięki temu mogą wyznaczyć cenę wytwarzanych dóbr na poziomie przewyższającym koszt krańcowy ich wytworzenia, przy uwzględnieniu swej przewagi rynkowej. Podejście to zasadniczo różni się od dominującego we wcześniejszych modelach realnego cyklu koniunkturalnego (RBC, ang. *real business cycle*) przypadku konkurencji doskonałej, w której produkowane dobro jest homogeniczne, jego cena jest równa kosztowi krańcowemu produkcji, a producenci nie mają na nią żadnego wpływu (są cenobiorcami).

Uwzględnienie w prezentowanym modelu występowania konkurencji niedoskonałej na rynku dóbr ma zasadnicze znaczenie dla wyników uzyskanych za jego pomocą. Uzasadnia bowiem występowanie w gospodarce mechanizmów sztywności cen, co z kolei prowadzi do uchylecia klasycznej dychotomii sfery realnej i nominalnej oraz wniosku o braku neutralności prowadzonej polityki pieniężnej (Wojtyna 2000, s. 198; Baranowski i in. 2013, s. 29–30). Jak wskazują Baranowski i in. (2013, rozdz. 1), istnieje wiele sposobów wprowadzenia mechanizmów sztywności cen nominalnych do modeli nowej szkoły keynesowskiej i NSN. Najpopularniejszy jest jednak schemat zaproponowany przez Calvo (1983), wykorzystujący model heterogeniczności homogenicznych grup podmiotów. W opracowaniu skupimy się zatem na jego analizie.

W odniesieniu do rynku pracy w podstawowym modelu nowokeynesowskim wystarczy przyjąć założenie, że ma on strukturę charakterystyczną dla konkurencji doskonałej. Oznacza to, że praca jest dobrem homogenicznym, gospodarstwa domowe i przedsiębiorstwa są cenobiorcami, a płaca jest równa krańcowemu produktowi pracy. Alternatywnie możliwe jest wprowadzenie do modelu sztywności płac nominalnych według schematu zaproponowanego w opracowaniu Ercega, Hendersona i Levina (2000). W tym przypadku przyjmujemy takie same założenia jak w modelu sztywności cen nominalnych – na rynku pracy istnieje konkurencja monopolistyczna, praca jest heterogeniczna, a płace są ustalane przez gospodarstwa domowe i (lub) związki zawodowe na poziomie przewyższającym krańcowy produkt pracy. Skutkiem wprowadzenia do analizowanego modelu sztywności płac nominalnych jest zmiana mechanizmu rozprzestrzeniania się szoków ekonomicznych oraz zmiana wniosków dotyczących charakteru optymalnej polityki pieniężnej (Gali 2008, s. 119, 128–137).

Z punktu widzenia rozważań prowadzonych w niniejszej pracy uwzględnienie sztywności płac nominalnych nie prowadzi do pojawienia się mechanizmów, które byłyby koncepcyjnie odmienne niż w modelu zakładającym występowanie jedynie sztywności cen nominalnych (schemat Ercega, Hendersona i Levina jest bowiem do pewnego stopnia adaptacją schematu Calvo). W związku z powyższym dla uproszczenia rozważań konsekwencje wprowadzenia sztywności płac zostały dalej pominięte i założono występowanie sztywności cen nominalnych oraz konkurencji doskonałej na rynku pracy i doskonale elastycznych płac. Wnioski płynące z przeprowadzonych analiz rozszerzamy jedynie na przypadek sztywności płac nominalnych w dalszej części opracowania.

Aby uporządkować prowadzone rozważania, każdy z problemów decyzyjnych uwzględnionych w modelu typu DSGE będzie najpierw przedstawiony w ujęciu uwzględniającym pełną heterogeniczność podmiotów gospodarczych. Następnie zostaną określone warunki, jakie należy nałożyć, aby możliwe było wyznaczenie jego rozwiązania.

2.1. Problem gospodarstw domowych

Przyjmijmy, że w gospodarce występuje nieskończenie wiele gospodarstw domowych, które indeksujemy za pomocą $g \in [0, 1]$. Zakładamy tym samym, że ich liczba jest dana przez *continuum* o mierze jednostkowej. Założenie to ma na celu wyłącznie uproszczenie notacji i obliczeń. Gdy z niego korzystamy, wartości średnie są tożsame z wielkościami agregatowymi. Wynika to wprost z twierdzenia o wartości średniej, które mówi, że średnią arytmetyczną funkcji $f(x)$ w przedziale $[a, b]$ jest liczba

$$m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$

W przypadku, gdy interesująca nas funkcja jest określona w przedziale $[0, 1]$,

wartość średnia jest zatem dana przez:

$m = \frac{1}{1-0} \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx$ i jest tożsama z wielkością agregatową. Równie dobrze moglibyśmy przyjąć, że gospodarstwa są indeksowane za pomocą kolejnych liczb rzeczywistych. Jak wykazał Cantor, oba zbiory są bowiem zbiorami równolicznymi o mocy *continuum* (Acemoglu 2009, s. 147).

Decydując o rozmiarach konsumpcji oraz podaży pracy, każde z analizowanych gospodarstw domowych rozwiązuje problem warunkowej międzyokresowej maksymalizacji użyteczności płynącej z konsumpcji i pracy w nieskończonym horyzoncie czasowym. Jak wskazuje Acemoglu (2009, s. 149), zagadnienie to w rzeczywistości jest niezwykle skomplikowane. Gospodarstwa domowe mogą bowiem mieć inne funkcje użyteczności, wykazywać różne preferencje w odniesieniu do przyszłej konsumpcji, formułować oczekiwania dotyczące procesów gospodarczych na podstawie odmiennych zbiorów informacji oraz korzystać z wielu źródeł dochodów. Funkcja celu gospodarstwa domowego jest w takim przypadku dana równaniem o postaci:

$$\max_{C_t^g, N_t^g} E_0^g \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} (\beta^g)^t U^g(C_t^g, N_t^g) \right\}, \quad \forall g \in [0, 1] \quad (1)$$

gdzie:

E_0^g – operator oczekiwań uwzględniający zasób informacji posiadanych przez g -te gospodarstwo domowe w okresie $t = 0$,

$(\beta^g)^t$ – czynnik dyskontujący g -tego gospodarstwa domowego, gdzie $\beta \in (0, 1)$,

C_t^g – łączna konsumpcja g -tego gospodarstwa domowego w okresie t (na razie nie definiujemy szczegółowo wskaźnika łącznej konsumpcji, ponieważ jego forma funkcyjna bezpośrednio wynika z warunków istnienia reprezentatywnego gospodarstwa domowego i zostanie określona po ich prezentacji),

N_t^g – liczba godzin pracy g -tego gospodarstwa domowego w okresie t lub liczba członków gospodarstwa domowego pracujących w okresie t ,

$U^g(C_t^g, N_t^g)$ – funkcja chwilowej użyteczności g -tego gospodarstwa domowego z konsumpcji i pracy, co do której zakładamy, że jest rozłączna względem czasu (ang. *time-separable*), dwukrotnie różniczkowalna względem C_t^g i N_t^g oraz że:

$$\frac{\partial U^g(C_t^g, N_t^g)}{\partial C_t^g} > 0, \quad \frac{\partial^2 U^g(C_t^g, N_t^g)}{\partial (C_t^g)^2} \leq 0 \quad \text{ i } \quad \frac{\partial U^g(C_t^g, N_t^g)}{\partial N_t^g} < 0, \quad \frac{\partial^2 U^g(C_t^g, N_t^g)}{\partial (N_t^g)^2} \leq 0$$

Oznacza to, że krańcowa użyteczność konsumpcji jest dodatnia i nierosnąca, a krańcowa użyteczność pracy jest ujemna i nierosnąca. Rozwiązanie takie jest równoważne przyjęciu założenia o występowaniu dodatniej i nierosnącej użyteczności krańcowej czasu wolnego.

Gospodarstwo domowe czerpie dochody z wynajmu pracy oraz transferów, które obejmują między innymi dochody z tytułu własności przedsiębiorstw. Uzyskane środki przeznacza na zakup różnych dóbr konsumpcyjnych, które są indeksowane za pomocą $i \in [0, 1]$. Ma również dostęp do kompletnego rynku pozbawionych ryzyka jednookresowych obligacji skarbowych (tzw. obligacje Arrowa, ang. *Arrow securities*), które nabywa z dyskontem w okresie $t - 1$ i odsprzedaży według ich wartości nominalnej w okresie t . Założenie takie umożliwia gospodarstwom domowym międzyokresową realokację konsumpcji z zachowaniem sekwencyjnego charakteru podejmowanych przez nie decyzji (Arrow 1964; Acemoglu 2009, s. 171–174). Jest ono rozwinięciem standardowego warunku przyjmowanego w teorii

równowagi ogólnej (Arrow, Debreu 1954), który mówi, że cała wymiana zaplanowana z uwzględnieniem nieskończonego horyzontu czasowego następuje już w momencie wyjściowym. Stanowisko to, choć uzasadnione matematycznie, nie ma jednak uzasadnienia ekonomicznego.

Problem optymalizacyjny gospodarstwa domowego jest zatem rozwiązywany przy następującym ograniczeniu budżetowym:

$$\int_0^1 P_t(i) C_t^g(i) di + Q_t B_t^g \leq B_{t-1}^g + W_t N_t^g + T_t^g, \quad \forall g \in [0, 1] \quad (2)$$

gdzie:

$P_t(i)$ – cena i -tego dobra konsumpcyjnego w okresie t ,

$C_t^g(i)$ – rozmiary konsumpcji i -tego dobra przez g -te gospodarstwo domowe w okresie t ,

Q_t – cena zakupu obligacji w okresie t ,

B_t^g – wartość nominalna obligacji zakupionych przez g -te gospodarstwo domowe w okresie t ,

W_t – nominalna stawka płac w okresie t ,

T_t^g – podatki i transfery (w tym dochody z tytułu własności przedsiębiorstw) g -tego gospodarstwa domowego w okresie t .

Jednocześnie musi być spełniony warunek transwersalności:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E_t^g \{B_T^g\} \geq 0, \quad \forall g \in [0, 1] \quad (3)$$

Zapewnia on, że gospodarstwa domowe nie będą stosowały tzw. schematu Ponziego (ang. *Ponzi game*), polegającego na zwiększaniu użyteczności poprzez zapożyczanie się w nieskończoność.

Rozwiązanie tak sformułowanego problemu optymalizacyjnego bez przyjęcia dodatkowych założeń nie jest w praktyce możliwe, gdyż wymagałoby wyznaczenia osobnych rozwiązań dla każdego analizowanego gospodarstwa domowego. Nawet gdyby w modelu przyjęto założenie o istnieniu skończonej liczby podmiotów gospodarczych, to – jak wskazuje Axtell (2006, s. 215) – wyznaczenie jego rozwiązania przy uwzględnieniu pełnej heterogeniczności podmiotów w makromodelu o wielkiej skali (MAS, ang. *multi-agent system*) wymagałoby rozwiązania około 10^8 (100 mln) problemów optymalizacyjnych w przypadku gospodarki liczącej 20–50 mln mieszkańców, 10^9 (1 mld) problemów w przypadku gospodarek liczących więcej niż 100 mln mieszkańców i 10^{10} (100 mld) problemów w przypadku gospodarki globalnej.

Z powyższych rozważań wynika, że konieczne jest takie uproszczenie analizowanego zagadnienia, które ograniczy nakłady pracy, a jednocześnie będzie powodowało jak najmniejsze odstępstwo proponowanego modelu od rzeczywistości. W tym celu najczęściej wykorzystuje się metodę analizy z użyciem reprezentatywnych podmiotów gospodarczych. Umożliwia ona przedstawienie problemu decyzyjnego gospodarstw domowych w taki sposób, że jego rozwiązanie przez każde gospodarstwo z osobna jest tożsame z rozwiązaniem uzyskanym przy założeniu istnienia jednego gospodarstwa podejmującego decyzje na poziomie agregatowym (Acemoglu 2009, s. 149).

O istnieniu reprezentatywnego gospodarstwa domowego możemy mówić wtedy, gdy problem optymalizacyjny dany równaniami (1), (2) i (3) można zapisać i rozwiązać na poziomie agregatowym. Agregatowa konsumpcja oraz agregatowa podaż pracy są wówczas takie same jak uzyskane w rezultacie agregacji wyników optymalizacji poszczególnych gospodarstw domowych. W obu ujęciach wszystkie podmioty optymalizują poziom konsumpcji i liczbę godzin pracy lub liczbę pracujących. Rozwiązania te

będą tożsame, jeśli możliwa jest agregacja wszystkich zmiennych ekonomicznych występujących w modelu i zapisanie problemu na poziomie agregatowym. W tym podejściu wykorzystujemy właściwość *continuum* jednostkowego, która sprawia, że wartości średnie są tożsame z wielkościami agregatowymi.

Jak wskazuje Acemoglu (2009, s. 150), trywialnym, choć często stosowanym rozwiązaniem jest przyjęcie, że w analizowanej gospodarce wszystkie gospodarstwa domowe są identyczne. Wszystkie mają więc taką samą funkcję chwilowej użyteczności, taki sam poziom dochodów oraz takie same preferencje czasowe wyrażane przez wysokość czynnika dyskontującego. Gospodarstwa te w taki sam sposób reagują na szoki o charakterze egzogenicznym i w konsekwencji podejmują dokładnie takie same decyzje dotyczące optymalnego poziomu konsumpcji i pracy (jest to tzw. równowaga symetryczna). W takim przypadku istnienie reprezentatywnego gospodarstwa domowego jest oczywiste. Założenie to, choć empirycznie dopuszczalne, jest jednak dość restrykcyjne i trudno je zaakceptować w przypadku analizowania rzeczywistych gospodarek. Powstaje zatem pytanie, kiedy można wykorzystać metodę reprezentatywnych podmiotów w odniesieniu do populacji cechujących się pewną heterogenicznością.

Jeżeli dopuszczamy zróżnicowanie poziomów zmiennych między poszczególnymi gospodarstwami domowymi, agregacja może napotkać trudności. W szczególności dotyczą one określenia agregatowego poziomu konsumpcji oraz podaży pracy. Wynikają z tego, że popyt na te zmienne lub ich podaż zależą nie tylko od ich cen $P_i(i)$ i W_t oraz cen innych dóbr dostępnych na rynku P_p , ale również od łącznego poziomu dochodów gospodarstwa domowego $M_t^g = B_{t-1}^g + W_t N_t^g + T_t^g - Q_t B_t^g$. Sprawia to, że w pewnych przypadkach mogą wystąpić problemy z jednoznacznym określeniem kształtu funkcji agregatowego popytu i(lub) podaży. Poniżej prezentujemy te problemy w kontekście agregacji funkcji popytu na dobra konsumpcyjne.

Funkcję popytu g -tego gospodarstwa domowego na i -te dobro w okresie t możemy opisać równaniem: $C_t^g(i) = f(P_t, M_t^g)$, gdzie P_t jest wektorem cen wszystkich dóbr wytwarzanych w gospodarce w okresie t , a M_t^g wyraża łączny poziom dochodów g -tego gospodarstwa domowego w okresie t . Funkcja ta jednoznacznie określa, jaka jest wielkość konsumpcji danego dobra w zależności od poziomu dochodów osiągniętych przez gospodarstwo domowe. Na potrzeby niniejszego przykładu abstrahujemy chwilowo od wyboru podaży pracy przez gospodarstwo domowe i zakładamy za Gormanem (1953), że wszystkie dochody gospodarstw domowych mają charakter egzogeniczny, co oznacza w szczególności, że $W_t N_t^g = 0$. Przypadek, w którym gospodarstwo domowe dokonuje wyboru zarówno konsumpcji, jak i podaży pracy, zostanie przedstawiony w dalszej części opracowania.

Łączny popyt wszystkich gospodarstw na i -te dobro w analizowanym okresie można wyznaczyć, całkując indywidualne funkcję popytu względem wszystkich gospodarstw domowych istniejących w danej gospodarce: $\int_0^1 C_t^g(i) dg = \int_0^1 f(P_t, M_t^g) dg$. Jak wskazują Mas-Colell, Whinston i Green (1995, s. 106–107), aby możliwe było wykorzystanie metody reprezentatywnych podmiotów gospodarczych w analizie preferencji gospodarstwa domowego, działanie to musi prowadzić do uzyskania takiej funkcji agregatowego popytu na i -te dobro, która każdemu poziomowi agregatowych dochodów gospodarstw domowych danemu przez $M_t = \int_0^1 M_t^g dg$ przyporządkowuje dokładnie jedną wartość łącznej konsumpcji i -tego dobra, a zatem: $C_t(i) = f(P_t, M_t)$. Inaczej mówiąc, rozmiary konsumpcji danego dobra muszą być niezależne od rozkładu dochodów pomiędzy poszczególne gospodarstwa domowe $\{M_t^0, \dots, M_t^1\}$ i powinny zależeć jedynie od poziomu agregatowego dochodu M_t .

Powyższy warunek z założenia nie jest spełniony. Wniosek ten możemy zilustrować następującym przykładem. Zależność pomiędzy rozmiarami popytu na i -te dobro a wysokością łącznych dochodów gospodarstw domowych przy założeniu stałości wszystkich cen, $\bar{P}_i$, jest przedstawiana za pomocą tzw. krzywych Engla. Wyniki badań empirycznych wskazują, że popyt zgłaszany przez podmioty gospodarcze zmienia się wraz ze zmianą ich dochodów (Prais, Houthakker 1955; Hausman, Newey, Powell 1995; Banks, Blundell, Lewbel 1997). Jeżeli preferencje dotyczące konsumpcji danego dobra zależą od wielkości dochodu, to krzywe Engla przyjmują postać nieliniową: funkcji rosnącej i (ściśle) wklęsłej, jeśli ich udział w konsumpcji maleje wraz ze wzrostem dochodu, lub funkcji rosnącej i (ściśle) wypukłej, jeśli rośnie wraz ze wzrostem dochodu. Na wykresie 1a przedstawiono przykładową nieliniową krzywą Engla g -tego gospodarstwa domowego dla i -tego dobra. Na wykresach 1b i 1c zaprezentowano natomiast, odpowiednio, wyniki agregacji krzywych Engla dla analizowanego dobra oraz krzywe agregatowego popytu na nie w przypadku różnych wariantów rozkładu łącznego dochodu pomiędzy gospodarstwami. Przyjmijmy, że analizowana krzywa Engla, dana równaniem: $C_i^g(i) = f(\bar{P}_i, M_i^g), \forall g \in [0, 1]$, opisuje konsumpcję każdego gospodarstwa domowego (wszystkie krzywe nakładają się zatem na siebie). Ponieważ jest ona funkcją rosnącą i wklęsłą, wnioskujemy, że udział i -tego dobra w łącznej konsumpcji poszczególnych gospodarstw domowych maleje wraz ze wzrostem dochodu. W takim przypadku możemy sobie wyobrazić dwa skrajne rozkłady tego samego agregatowego dochodu M_i , które będą prowadziły do dwóch różnych wyników agregacji popytu na dane dobro. Załóżmy, że w pierwszym przypadku, danym przez rozkład $\{M_i^0, \dots, M_i^1\}$, agregatowy dochód jest dzielony równomiernie pomiędzy wszystkie gospodarstwa domowe. Każde otrzymuje jego niewielką część, co sprawia, że i -te dobro ma stosunkowo wysoki udział w łącznej konsumpcji każdego gospodarstwa. Agregatowy popyt na i -te dobro (wykres 1b i 1c) jest więc dany funkcją $C_i'(i)$ i ma stosunkowo wysoką wartość. Drugim skrajnym przypadkiem będzie sytuacja, w której ten sam łączny dochód trafia do jednego z gospodarstw domowych, a jego rozkład przyjmuje postać $\{M_i^{0'}, \dots, M_i^{1'}\}$. Udział i -tego dobra w łącznej konsumpcji gospodarstwa otrzymującego dochód jest wtedy niewielki. Agregatowy popyt zgłaszany na to dobro, dany funkcją $C_i''(i)$, też jest zatem niewielki. Mogą także wystąpić rozkłady pośrednie między opisanymi skrajnymi przypadkami, a agregatowa funkcja popytu na i -te dobro może być dowolną funkcją przebiegającą przez obszar zaznaczony na wykresach 1b i 1c. Bez przyjęcia dodatkowych założeń opisujących kształtowanie się rozkładu dochodów w analizowanym społeczeństwie funkcja agregatowego popytu na dobro nie jest jednoznacznie określona i agregacja nie jest możliwa, nawet gdy wszystkie gospodarstwa domowe mają jednakowe preferencje dotyczące konsumpcji danego dobra. Przegląd współczesnej literatury na temat agregacji z wykorzystaniem warunków dotyczących rozkładu dochodów w społeczeństwie (tzw. agregacja II i III rzędu) można znaleźć np. w pracy Blundella i Stokera (2005).

Jak wykazano, agregacja konsumpcji z definicji nie jest możliwa. Należy się więc zastanowić, czy istnieją takie szczególne warunki, przy których spełnieniu jest dopuszczalna. Zgodnie z zaprezentowanym przykładem warunkiem koniecznym agregacji jest to, aby krzywe Engla wszystkich gospodarstw domowych względem wszystkich rodzajów dóbr były liniowe. Przyjęcie tego założenia nie jest jednak wystarczające do uzyskania jednoznacznie określonych funkcji popytu. Jeśli bowiem te krzywe są liniowe, ale nie mają jednakowego nachylenia, to wzrost poziomu dochodów spowoduje, że rozmiary agregatowego popytu będą nadal zależały od tego, do których gospodarstw domowych trafią dodatkowe pieniądze. W zależności od nachylenia krzywej Engla jednakowe zmiany dochodu gospodarstw będą bowiem powodowały mniejsze lub większe przyrosty konsumpcji danego dobra. Możemy więc stwierdzić, że konsumpcja jest niezależna od rozkładu dochodów wtedy i tylko wtedy, gdy krzywe Engla

wszystkich gospodarstw domowych względem wszystkich dóbr są liniowe i równoległe (Gorman 1953; Mas-Colell, Whinston, Green 1995, s. 106–107). W takim przypadku wszystkie gospodarstwa domowe reagują na zmianę wysokości dochodów proporcjonalną zmianą konsumpcji każdego z dóbr, co wynika z faktu, że krzywe Engla są równoległe. Udział wydatków na wszystkie dobra w łącznym dochodzie każdego gospodarstwa jest stały i niezmienny niezależnie od jego poziomu, ponieważ krzywe Engla są liniowe. Innymi słowy, jeżeli nastąpi wzrost agregatowego dochodu, to niezależnie od tego, jak dodatkowe pieniądze będą rozdysponowane pomiędzy członków społeczeństwa, zostaną wydane taki sam sposób i spowodują taką samą zmianę agregatowego popytu.

Warunek konieczny i dostateczny istnienia liniowych i równoległych krzywych Engla dla dowolnego poziomu cen ($\mathbf{P}_i$) został podany przez Gormana (1953). Wykazał on, że krzywe takie istnieją, jeżeli preferencje każdego z analizowanych gospodarstw domowych są dane niejawną funkcją użyteczności (V_i^g , ang. *indirect utility function*) o postaci:

$$V_i^g = f(\mathbf{P}_i, M_i^g) = A^g(\mathbf{P}_i) + B(\mathbf{P}_i)M_i^g, \quad \forall g \in [0, 1] \quad (4)$$

Jeżeli spełniony jest warunek $B(\mathbf{P}_i) = B^0(\mathbf{P}_i) = \dots = B^1(\mathbf{P}_i), \forall g \in [0, 1]$, to preferencje te możemy przedstawić za pomocą agregatowej niejawnej funkcji użyteczności o postaci:

$$V_i = f(\mathbf{P}_i, M_i) = A(\mathbf{P}_i) + B(\mathbf{P}_i)M_i \quad (5)$$

gdzie $V_i = \int_0^1 V_i^g dg$, $A(\mathbf{P}_i) = \int_0^1 A^g(\mathbf{P}_i) dg$ oraz $M_i = \int_0^1 M_i^g dg$.

Analogiczny warunek w odniesieniu do gospodarstw domowych optymalizujących zarówno konsumpcję, jak i podaż pracy podał Muellbauer (1981). W takim przypadku popyt zgłaszany przez gospodarstwa domowe zależy nie tylko od poziomu cen w gospodarce oraz łącznego dochodu gospodarstw domowych, ale również od wysokości oferowanych im stawek płac (co wpływa na substytucję pomiędzy pracą a czasem wolnym). Funkcja popytu g -tego gospodarstwa domowego na i -te dobro jest więc dana przez: $C_i^g(i) = f(\mathbf{P}_i, N_i^g, M_i^g)$. Agregacja konsumpcji i podaży pracy jest możliwa wtedy i tylko wtedy, gdy krzywe Engla wszystkich gospodarstw domowych względem wszystkich dóbr są liniowe i równoległe, a dodatkowo konsumpcja wszystkich gospodarstw domowych tak samo reaguje na zmianę wysokości płac i reakcja ta nie zależy od rozkładu stawek płac w społeczeństwie. Preferencje gospodarstw domowych są zatem niezmiennie względem osiąganego poziomu dochodów z pracy, co wyklucza możliwość istnienia tzw. zakrzywionej do tyłu krzywej podaży pracy. Argumenty są tu analogiczne jak w odniesieniu do opisanego powyżej problemu agregacji konsumpcji i rozkładu dochodów.

Muellbauer (1981, s. 25–26) wykazał, że warunkiem koniecznym i dostatecznym istnienia takich preferencji gospodarstw domowych jest to, aby funkcje kosztów (K_i^g) każdego z nich, przedstawiające wszystkie kombinacje konsumpcji poszczególnych dóbr oraz podaży pracy minimalizujące równanie (2) pod warunkiem wynikającym z równania (1) dla założonego poziomu użyteczności, miały postać:

$$K_i^g = f(\mathbf{P}_i, N_i^g, V_i^g) = A^g(\mathbf{P}_i) + B(\mathbf{P}_i)N_i^g + D(\mathbf{P}_i)V_i^g(N_i^g)^\delta, \quad \forall g \in [0, 1] \quad (6)$$

Jeżeli spełniony jest warunek $B(\mathbf{P}_t) = B^0(\mathbf{P}_t) = \dots = B^1(\mathbf{P}_t)$, $D(\mathbf{P}_t) = D^0(\mathbf{P}_t) = \dots = D^1(\mathbf{P}_t)$, $\forall g \in [0, 1]$, to preferencje te możemy przedstawić za pomocą następującej agregatywnej funkcji kosztów:

$$K_t = f(\mathbf{P}_t, N_t, V_t) = A(\mathbf{P}_t) + B(\mathbf{P}_t)N_t + D(\mathbf{P}_t)V_t N_t^\delta \quad (7)$$

gdzie: $K_t = \int_0^1 K_t^g dg$, $A(\mathbf{P}_t) = \int_0^1 A^g(\mathbf{P}_t) dg$, $N_t = \int_0^1 N_t^g dg$ oraz $V_t = \int_0^1 V_t^g dg$, a δ jest pewną stałą.

W prostym modelu wykorzystanym w niniejszym opracowaniu przyjmujemy, że na rynku pracy panuje konkurencja doskonała, a praca i płace są homogeniczne. Jak wynika z przedstawionych warunków, możliwe jest również stosowanie modeli reprezentatywnych podmiotów gospodarczych w sytuacji, gdy zakładamy, że zmienne te nie są homogeniczne.

Podane warunki spełnia większość wykorzystywanych w literaturze ekonomicznej postaci funkcji użyteczności należących do grupy funkcji jednokładnych (homotetycznych). W szczególności ich przykładami są: funkcja użyteczności dla substytutów doskonałych, funkcja użyteczności dla dóbr doskonale komplementarnych (funkcja Leontiefa), funkcja Cobba-Douglasa (Varian 2005, rozdz. 6), funkcja użyteczności o stałej elastyczności substytucji (CES) oraz funkcja użyteczności o stałej relatywnej awersji do ryzyka – CRRA, ang. *constant relative risk aversion* (Acemoglu 2009, s. 152–153, 308–309).

Powszechnie sądzi się, że istnienie reprezentatywnego podmiotu gospodarczego wymaga przyjęcia założenia o pełnej homogeniczności gospodarstw domowych. Po przeanalizowaniu przedstawionych wyników stwierdzamy jednak, że w rzeczywistości warunki jego występowania są stosunkowo łagodne. Dopuszczają one heterogeniczność większości zmiennych modelu i dotyczą przede wszystkim upodobań gospodarstw domowych, co jest zgodne z duchem „krytyki Lucasa”. W praktyce ograniczenie heterogeniczności modelu dotyczy funkcji użyteczności. Również w tym przypadku funkcja ta nie musi być w pełni homogeniczna. Zgodnie z warunkiem agregacji Gormana, wyrażonym równaniami (4) i (5), gospodarstwa domowe mogą się bowiem cechować różnymi preferencjami co do konsumpcji poszczególnych rodzajów dóbr. Powoduje to, że dobra te mają odmienny udział w łącznej konsumpcji, i prowadzi do zróżnicowania poziomów krzywych Engla dla i -tego dobra w poszczególnych gospodarstwach domowych. Krzywe te nie muszą się zatem pokrywać. Niejawną funkcję użyteczności spełniającą warunek Gormana możemy przekształcić do postaci marshallowskiej funkcji popytu, korzystając z tzw. tożsamości Roya:

$$C_t^g(i) = - \frac{\partial V_t^g / \partial P_t(i)}{\partial V_t^g / \partial M_t^g}. \text{ Uzyskamy wtedy: } C_t^g(i) = - \frac{1}{B(\mathbf{P}_t)} \left[\frac{\partial A^g(\mathbf{P}_t)}{\partial P_t(i)} + \frac{\partial B(\mathbf{P}_t)}{\partial P_t(i)} M_t^g \right].$$

Krzywa Engla g -tego gospodarstwa domowego dla i -tego dobra jest wówczas opisana równaniem:

$$C_t^g(i) = - \frac{1}{B(\bar{\mathbf{P}}_t)} \left[\frac{\partial A^g(\bar{\mathbf{P}}_t)}{\partial \bar{P}_t(i)} + \frac{\partial B(\bar{\mathbf{P}}_t)}{\partial \bar{P}_t(i)} M_t^g \right].$$

Ma ona inny wyraz wolny dla każdego gospodarstwa oraz jednakowe nachylenie. Z tego, że $\bar{P}_i$ oraz $\bar{P}_i(i)$ są w tym przypadku stałymi, nie musi wynikać, iż $\partial A^g(\bar{P}_i)/\partial \bar{P}_i(i)$ oraz $\partial B(\bar{P}_i)/\partial \bar{P}_i(i)$ są równe zero, podobnie jak w prostym równaniu $y = \bar{a} + bx$, $\partial y/\partial \bar{a} = 1 \neq 0$ (por. Gorman 1953, s. 78). Własność tę mają również agregatowe krzywe Engla dla i -tego dobra dane przez:

$$C_i(i) = -\frac{1}{B(\bar{P}_i)} \left[\int_0^1 \frac{\partial A^g(\bar{P}_i)}{\partial \bar{P}_i(i)} dg + \frac{\partial B(\bar{P}_i)}{\partial \bar{P}_i(i)} M_i \right]$$

Analogiczne zależności możemy wyprowadzić w przypadku warunków Muellbauera.

Z warunków Muellbauera danych równaniami (6) i (7) wynika, że gospodarstwa mogą się także charakteryzować różną skłonnością do podjęcia pracy. Wspomniane różnice w preferencjach gospodarstw domowych mogą być wynikiem ich odmiennych upodobań i są dopuszczalne, o ile nie zmieniają się w zależności od poziomu dochodów i płac. W przypadku, gdy w gospodarce występuje *continuum* produktów oraz nieprzeliczalnie wiele gospodarstw domowych, samo występowanie takich różnic nie może wpływać na wielkości agregatowe. Udział takiego dobra w łącznej konsumpcji tego gospodarstwa, jak też udział gospodarstwa w łącznej konsumpcji danego dobra wynoszą bowiem zero. Znajduje to odzwierciedlenie w szczególnej właściwości modeli opartych na idei *continuum* jednostkowego, w których wartość agregatowa jest tożsama z wartością średnią. Wówczas model możemy rozwiązywać tak, jak gdyby funkcja użyteczności była homogeniczna i reprezentatywna dla każdego gospodarstwa domowego.

Jedną z istotnych konsekwencji przyjęcia założeń o istnieniu liniowych i równoległych krzywych Engla dla wszystkich analizowanych rodzajów dóbr jest występowanie stałej, jednakowej dla wszystkich dóbr i gospodarstw domowych, elastyczności substytucji (a w przypadku modelu uwzględniającego występowanie heterogeniczności na rynku pracy – także jednakowej elastyczności substytucji pomiędzy różnymi rodzajami pracy). W praktyce oznacza to, że wzrost poziomu łącznych dochodów danego gospodarstwa będzie się zawsze przekładał *ceteris paribus* na proporcjonalny wzrost rozmiarów konsumpcji wszystkich rodzajów dóbr. Stała elastyczność substytucji pomiędzy różnymi rodzajami dóbr wytwarzanych w modelu pozwala (przy założeniu, że każdy konsument optymalizuje alokację konsumpcji względem poszczególnych dóbr) wykorzystać funkcję CES, zwaną również agregatorem Armingtona (Armington 1969, Appendix 1 i 2) lub agregatorem Dixita-Stiglitz (ang. *Armington/Dixit-Stiglitz aggregator*). Dzięki temu możemy uzyskać informacje na temat rozmiarów łącznej konsumpcji oraz łącznej podaży pracy każdego gospodarstwa domowego w modelu. Wielkość łącznej konsumpcji g -tego gospodarstwa domowego jest dana przez:

$$C_i^g = \left(\int_0^1 C_i^g(i)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \quad \forall g \in [0, 1] \quad (8)$$

gdzie ε jest elastycznością substytucji, co do której przyjmujemy, że jest stała dla wszystkich typów dóbr i gospodarstw domowych.

Wyrażenie $\varepsilon/(\varepsilon - 1)$ nazywa się w literaturze przedmiotu parametrem „zamiłowania do różnorodności” (ang. *love-for-variety parameter*). Wyznacza ono stopień zróżnicowania produktów wytwarzanych

w danej gospodarce i tym samym decyduje o strukturze analizowanego rynku produktów. W sytuacji, gdy $[\varepsilon/(\varepsilon - 1)] > 1$, mamy do czynienia z konkurencją monopolistyczną, w której gospodarstwo domowe będzie nabywało pewną ilość każdego z wytwarzanych dóbr. Dobra te nie są przy tym doskonałymi substytutami. Z kolei gdy $[\varepsilon/(\varepsilon - 1)] \rightarrow 1$, rynek funkcjonuje w warunkach konkurencji doskonałej: $\varepsilon \rightarrow 0$, a konsument nabywa tylko jeden uniwersalny rodzaj dobra. Oznacza to, że w mocy pozostają zasady liniowej agregacji. Zgodnie z początkowymi założeniami w naszych rozważaniach przyjmujemy dla uproszczenia, że rynek pracy funkcjonuje w warunkach konkurencji doskonałej. Oznacza to, że elastyczność substytucji na rynku pracy jest nieskończona, a podaż pracy i płace są homogeniczne i podlegają liniowym regułom agregacji.

W celu rozwiązania problemu optymalizacyjnego gospodarstw domowych poza warunkami wynikającymi bezpośrednio z teorii agregacji należy również przyjąć dodatkowe ograniczenia heterogeniczności implikowane przez teorię równowagi ogólnej. Pierwsze z nich dotyczy istnienia jednakowego parametru $\beta^t = (\beta^0)^t = \dots = (\beta^0)^t$, $\forall g \in [0, 1]$, według którego gospodarstwa dyskontują bieżącą wartość przyszłej konsumpcji (Mas-Colell, Whinston, Green 1995, s. 767). Wprowadzenie takiego założenia jest konieczne, gdyż występowanie różnych wartości czynnika dyskontującego mogłoby wpływać na preferencje gospodarstw domowych w zakresie międzyokresowej alokacji konsumpcji i uniemożliwiać określenie jej optymalnej ścieżki bez znajomości odpowiedniego rozkładu.

Standardowym sposobem postępowania jest również przyjęcie założenia, że zbiory informacji posiadanych przez uczestników analizowanego systemu gospodarczego są pełne i symetryczne, a oczekiwania – w pełni racjonalne i homogeniczne, co oznacza, że: $E_t = E_t^0 = \dots = E_t^1$, $\forall g \in [0, 1]$. Zakłada się także, że rynki aktywów są kompletne, co umożliwia optymalną międzyokresową alokację konsumpcji i ogranicza możliwość wystąpienia problemu nieokreśloności punktu równowagi oraz równowagi wielorakiej (ang. *equilibrium indeterminacy*, *sunspot equilibrium*). Założenia te są znacznym ułatwieniem analiz i pozwalają na uzyskanie rozwiązania modelu bez konieczności dodatkowego określania struktury rozkładu aktywów oraz dochodów w społeczeństwie (Mas-Colell, Whinston, Green 1995, s. 709–713). Są również zgodne z szeroko rozpowszechnionym konsensusem wypracowanym przez ekonomistów z nurtu RBC oraz nowej szkoły keynesowskiej, według których nie stanowią istotnego ograniczenia rzeczywistej heterogeniczności podmiotów gospodarczych. Z drugiej jednak strony podejście takie jest coraz częściej omawiane i krytykowane w literaturze ekonomicznej. Szerszy przegląd stanowisk dotyczących zasadności założeń pomocniczych przyjmowanych w modelach DSGE prezentujemy w części trzeciej.

W rezultacie powyższych rozważań problem gospodarstwa domowego przyjmuje ostatecznie postać:

$$\max_{C_t^g, N_t^g} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U^g(C_t^g, N_t^g) \right\}, \quad \forall g \in [0, 1]$$

przy warunkach:

$$\int_0^1 P_t(i) C_t^g(i) di + Q_t B_t^g \leq B_{t-1}^g + W_t N_t^g + T_t^g, \quad \forall g \in [0, 1]$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E_t \{ B_T^g \} \geq 0, \quad \forall g \in [0, 1]$$

gdzie $U^g(C_t^g, N_t^g)$ jest funkcją chwilowej użyteczności spełniającą warunki Gorman-Muella.

Takie zagadnienie optymalizacyjne możemy sprowadzić do problemu reprezentatywnego podmiotu gospodarczego o postaci:

$$\max_{C_t, N_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t) \right\} \quad (9)$$

przy warunkach:

$$\int_0^1 P_t(i) C_t(i) di + Q_t B_t \leq B_{t-1} + W_t N_t + T_t \quad (10)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E_T \{B_T\} \geq 0 \quad (11)$$

gdzie wszystkie zmienne przyjmują wartość agregatową.

Oprócz wyznaczenia optymalnej ścieżki agregatowej konsumpcji gospodarstwa domowe muszą również wybrać optymalny poziom konsumpcji każdego spośród wielu rodzajów dóbr wytwarzanych w gospodarce. Konieczne jest zatem rozwiązanie skomplikowanego, wielowymiarowego problemu międzyokresowej optymalizacji, danego równaniami (9), (10) i (11). Aby uprościć obliczenia, najczęściej stosuje się tzw. procedurę dwustopniowego budżetowania (ang. *two-stage budgeting procedure*) zaproponowaną przez Greena (1964) oraz Dixita i Stiglitz (1977) (zob. Rotemberg, Woodford 1997; Gali 2008, rozdz. 3). Najpierw wyznacza się optymalny podział wydatków pomiędzy różne rodzaje dóbr, a następnie zgodnie z nim określa się optymalne rozmiary łącznej konsumpcji oraz podaży pracy gospodarstwa domowego w danym okresie. Jak wskazują Hejdra i van der Ploeg (2002, s. 364), zaletą tego podejścia jest to, że dodatkowo uzyskujemy definicje użytecznych indeksów cen (np. agregatowego indeksu cen dóbr konsumpcyjnych), które ułatwiają prowadzenie dalszych analiz. W naszym przypadku zastosowanie dwustopniowego budżetowania pozwala wyznaczyć równanie popytu na i -te dobro o postaci:

$$C_t(i) = \left[\frac{P_t(i)}{P_t} \right]^{-\varepsilon} C_t$$

Wynika z niego, że rozmiary konsumpcji poszczególnych rodzajów dóbr są proporcjonalne do ich względnej ceny w danym okresie. Możliwe jest również wyznaczenie agregatowego indeksu cen dóbr konsumpcyjnych mającego postać:

$$C_t = \left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

Warunkowo względem powyższej funkcji popytu uzyskujemy też równanie: $\int_0^1 P_t(i) C_t(i) di = P_t C_t$, umożliwiające liniową agregację wydatków konsumpcyjnych. Podstawiając je do równania (10), uzyskujemy standardowy problem wyboru gospodarstwa domowego, z którego możemy wyznaczyć warunki konieczne istnienia optimum pierwszego rzędu.

Analogiczne przekształcenia i wyniki są również możliwe w sytuacji, gdy metodę dwustopniowego budżetowania zastosujemy w odniesieniu do sektora przedsiębiorstw (Yun 1996; McCandless 2008, rozdz. 10). Podsumowując, należy zauważyć, iż procedura ta w dużej mierze opiera się na wykorzystaniu własności modelu konkurencji monopolistycznej, która sprawia, że każde z analizowanych gospodarstw domowych konsumuje podzbiór miary zero agregatowej konsumpcji.

2.2. Problem przedsiębiorstw

Podstawę ujęcia zachowań przedsiębiorstw w nowokeynesowskich modelach DSGE stanowi model konkurencji niedoskonałej Dixita-Stiglitz (Dixit, Stiglitz 1977). Przyjmujemy w nim, że w gospodarce występuje continuum przedsiębiorstw, a każde zajmuje się produkcją wyłącznie jednego rodzaju spośród zróżnicowanych dóbr. Sprawia to, że zarówno dobra, jak i przedsiębiorstwa możemy indeksować za pomocą $i \in [0, 1]$. Każde przedsiębiorstwo jest więc efektywnym monopolistą w produkcji swojego dobra (Acemoglu 2009, s. 424). Wynika z tego, że przedsiębiorca ma wpływ na cenę wytwarzanego przez siebie dobra i może ją ustalić na poziomie przewyższającym krańcowy koszt jego wytworzenia. Jeżeli przyjmujemy, że w modelu nie występuje sztywność cen nominalnych, to i -ty przedsiębiorca reoptymalizuje ceny w każdym kolejnym okresie, rozwiązując problem maksymalizacji funkcji zysków. Problem ten nie ma charakteru międzyokresowego, ponieważ czynność tę przedsiębiorstwo może powtarzać w każdym momencie. Możemy go zatem opisać następująco:

$$\max_{P_t(i)} P_t(i) Y_t(i) - TC_t^i(Y_t(i)), \forall i \in [0, 1] \quad (12)$$

przy warunkach:

$$Y_t(i) = \left[\frac{P_t(i)}{P_t} \right]^{-\varepsilon} Y_t \quad (13)$$

$$Y_t(i) = C_t(i) \quad (14)$$

gdzie:

- $Y_t(i)$ – rozmiary produkcji i -tego przedsiębiorstwa w okresie t ,
- Y_t – rozmiary produkcji ogółem w okresie t ,
- $TC_t^i(\cdot)$ – funkcja kosztu całkowitego i -tego przedsiębiorstwa.

Teoria agregacji wyraźnie wskazuje, jakie warunki muszą być spełnione w celu rozwiązania problemu przedsiębiorstw za pomocą metody reprezentatywnych podmiotów gospodarczych (por. Mas-Colell, Whinston, Green 1995, s. 147–149; Acemoglu 2009, s. 158–159). Z teorii mikroekonomii wiemy, że racjonalne przedsiębiorstwo maksymalizujące zysk zawsze wybiera pewną kombinację nakładów, która pozwoli na wytworzenie takiej ilości produkcji, przy której osiągnie granicę swych możliwości produkcyjnych. Jeśli spojrzymy na ten problem z perspektywy agregatowej, to jego rozwiązanie jest możliwe i da takie same wyniki jak rozwiązanie problemu zdecentralizowanego pod warunkiem, że jesteśmy w stanie wyznaczyć zbiór możliwości produkcyjnych całej gospodarki. Warunek ten jest spełniony i tym samym może istnieć reprezentatywne przedsiębiorstwo, jeśli ceny dóbr oraz ceny czynników produkcji są niezależne od decyzji poszczególnych przedsiębiorstw w analizowanej gospodarce. W każdym innym przypadku będziemy mieli do czynienia z sytuacją, w której możliwości produkcyjne będą zależeć od rozkładu cen produktów i czynników produkcji w gospodarce. Przedsiębiorstwa mające niższe ceny lub dostęp do tańszych czynników produkcji będą mogły wytworzyć więcej dóbr niż pozostałe. Przy tym samym poziomie cen agregatowych oraz cen czynników produkcji możliwości produkcyjne w gospodarce mogą zatem przyjmować co najmniej dwie wielkości. Sprawia to, że wysokość agre-

gatowej produkcji oraz zysków nie jest jednoznacznie określona. Liniowa agregacja heterogenicznych indywidualnych funkcji produkcji oraz funkcji zysków jest zatem możliwa wtedy i tylko wtedy, gdy $P_i = P_i(i), \forall i \in [0, 1]$ oraz $W_i = W_i(i), \forall i \in [0, 1]$.

W modelu konkurencji monopolistycznej przedstawionym w niniejszej pracy przedsiębiorstwo maksymalizujące zysk może wpływać na poziom cen swojego produktu $P_i(i)$. Wówczas zarówno ogólny poziom cen P_i , jak i rozmiary popytu na dobro oraz wytworzonej produkcji, danych przez C_i i Y_p , są potencjalnie funkcją cen wyznaczonych przez i -tego producenta. Rozwiązanie postawionego problemu wymagałoby zatem rozwiązania analogicznego zagadnienia dla każdego przedsiębiorstwa osobno lub modelowania uzyskanych rozkładów cen.

Zgodnie z przyjętymi założeniami w gospodarce występuje jednak nieprzeliczalnie wiele przedsiębiorstw. Oznacza to, że podejmowane przez nie decyzje nie mają odzwierciedlenia w poziomie zmienionych agregatowych, gdyż udział tych przedsiębiorstw w łącznej produkcji oraz udział ich produktów w agregatowym indeksie cen wynosi zero. W takim przypadku jeśli nawet pojedyncze przedsiębiorstwo wyznaczy cenę swojego dobra na poziomie odbiegającym od ceny rynkowej (na przykład dlatego, że ma wyższe koszty produkcji), to zmiana ta nie będzie odczuwalna na poziomie agregatowym. Możemy zatem modelować heterogeniczne przedsiębiorstwa tak, jakby były podmiotami homogenicznymi. W tym celu można wykorzystać metodę reprezentatywnego podmiotu gospodarczego (Acemoglu 2009, s. 425–426).

Z przedstawionych rozważań wynika, że problem opisany równaniami (12), (13) i (14) możemy zapisać na poziomie agregatowym, a jego rozwiązanie będzie tożsame z rozwiązaniem problemu zdecentralizowanego. W wyniku maksymalizacji funkcji zysku przedsiębiorstwa ustalą zatem cenę swych produktów na poziomie:

$$P_t = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} MC_t \quad (15)$$

gdzie:

$$P_t = \left(\int_0^1 P_i(i)^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \text{ – przeciętny poziom cen w gospodarce,}$$

$$MC_t = \frac{\partial TC_t}{\partial Y_t} \text{ – agregatowy koszt krańcowy produkcji w okresie } t,$$

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \text{ – narzut na koszty krańcowe odzwierciedlający siłę rynkową przedsiębiorstw.}$$

Model jest zbudowany na przedziale jednostkowym, z czego wynika, że wartości średnie są takie same jak wielkości agregatowe. Jest to więc średni koszt krańcowy produkcji w całej gospodarce. Wynik ten nie wskazuje, że wszystkie przedsiębiorstwa w modelu są homogeniczne. Jeśli przyjęte założenia są prawdziwe, to wyniki, które uzyskalibyśmy za pomocą modelu heterogenicznych podmiotów gospodarczych, byłyby takie same jak wyniki modelu reprezentatywnych (lub homogenicznych) podmiotów, które ustalałyby ceny zgodnie ze schematem zaproponowanym w równaniu (15). Uzyskanie tego wyniku zależy od przyjętych wymogów i reguł agregacji oraz dodatkowych założeń dotyczących kompletności rynków aktywów.

Domknięcie prezentowanego modelu stanowią dwa równania, które wraz z warunkiem (14) zapewniają pełne oczyszczanie się rynków. Pierwszym z nich jest funkcja produkcji przedsiębiorstwa o postaci:

$$Y_t(i) = A_t(i)N_t(i) \quad (16)$$

gdzie $A_t(i)$ jest poziomem technologii produkcji i -tego gospodarstwa domowego w okresie t .

Drugim jest równanie oczyszczania się rynku pracy, które w warunkach występowania konkurencji doskonalej na tym rynku ma postać:

$$N_t = \int_0^1 N_t(i) di \quad (17)$$

W prostym ujęciu modelowym przyjętym w naszych rozważaniach pomijamy kwestie związane z wyposażeniem kapitałowym procesów produkcji. Prezentowany model można jednak stosunkowo łatwo wzbogacić o równanie akumulacji kapitału, korzystając z rozwiązań zaproponowanych np. w pracy Smetsa i Woutersa (2007).

Jak wskazują Mas-Colell, Whinston i Green (1995, s. 149, rys. 5.E.1), aby możliwa była agregacja funkcji produkcji danej równaniem (16), przedsiębiorstwa nie muszą się charakteryzować takim samym wyjściowym poziomem technologii produkcji. Zmiany postępu technicznego prowadzą jednak do pojawienia się efektów dochodowych w funkcji produkcji. Aby możliwa była jej agregacja, a agregatowy zbiór możliwości produkcyjnych był określony jednoznacznie i niezależnie od rozkładu $\{A_t^0, \dots, A_t^1\}$, konieczne jest zatem przyjęcie nasuwającego się założenia, że zmiany poziomu technologii w czasie następują wzdłuż równoległych ścieżek wzrostu (Gorman 1953; Green 1964; Felipe, Fisher 2003, s. 225–227). Warunek ten jest spełniony, jeśli przyjmiemy standardowe w literaturze poświęconej RBC i NSN założenie, że technologia zmienia się w sposób egzogeniczny zgodnie ze stacjonarnym procesem AR(1) o postaci: $\ln A_t(i) = \rho_a \ln A_{t-1}(i) + \eta_t^a$, $\eta_t^a \sim iidN(0, \sigma_a^2)$, gdzie $\rho_a \in (0, 1)$ jest parametrem autoregresyjnym jednakowym dla wszystkich przedsiębiorstw. Ponadto musimy uwzględnić, że poszczególne przedsiębiorstwa nie mają wpływu na kształtowanie się wartości agregatowej produkcji, gdyż udział każdego z nich w łącznej produkcji wynosi zero. W takim przypadku agregatowa (przeciętna) technologia jest dana wyrażeniem $A_t = \int_0^1 A_t(i) di$. Zgodnie z warunkiem (14) agregatowa podaż jest dana przez $Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$. Z równań (13), (16) i (17) otrzymujemy:

$$N_t = \int_0^1 N_t(i) di = \int_0^1 \frac{Y_t(i)}{A_t(i)} di = \int_0^1 \frac{\left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\varepsilon} Y_t}{A_t(i)} di = \int_0^1 \frac{Y_t}{A_t(i)} di = \frac{Y_t}{A_t}$$

Oznacza to, że agregatowa funkcja produkcji jest dana równaniem: $Y_t = A_t N_t$.

Przy założeniu istnienia *continuum* podmiotów gospodarczych, korzystając z modelu konkurencji monopolistycznej Dixita-Stiglitzta oraz kilku prostych założeń umożliwiających agregację (nieznacznie ograniczających heterogeniczność podmiotów gospodarczych), możemy zbudować model równowagi ogólnej. Uzyskamy takie samo rozwiązanie jak w wyniku rozwiązania problemów optymalizacyjnych każdego z tych podmiotów osobno. Ze względu na nieliniowy charakter modelu oraz występowanie

w równaniach oczekiwań podmiotów gospodarczych jego rozwiązanie będzie przybliżone. Zastosowanie opisanych metod agregacji sprawia jednak, że w modelu nie powinny się pojawić błędy systematyczne związane z przyjęciem założeń upraszczających agregację. Szerzej na temat skutków niedokładnej agregacji oraz sposobów ich pomiaru piszą np. Blundell i Stoker (2005).

2.3. Problem przedsiębiorstw w warunkach występowania sztywności cen i płac nominalnych

Jak wykazaliśmy, model konkurencji monopolistycznej Dixita-Stiglitz w połączeniu z modelem *continuum* podmiotów gospodarczych umożliwia stworzenie modelu równowagi ogólnej odzwierciedlającego funkcjonowanie heterogenicznej gospodarki. Nie pozwala jednak na uzyskanie typowych keynesowskich wniosków dotyczących dynamiki inflacji oraz roli polityki pieniężnej. Zmieniające się w sposób doskonale elastyczny ceny, które są reoptymalizowane przez przedsiębiorstwa z okresu na okres, w pełni dostosowują się do wszelkich zmian podaży pieniądza w gospodarce, co sprawia, że rozmiary popytu nie reagują na charakter prowadzonej polityki pieniężnej. Z tego względu przedstawiciele NSN uwzględniają w swych modelach dodatkowe mechanizmy zapewniające występowanie sztywności cen nominalnych (a w bardziej rozwiniętych modelach również sztywności płac nominalnych). Powodują one powstawanie opóźnień w dostosowywaniu się cen do zmian zachodzących w gospodarce i sprawiają, że naruszana jest klasyczna dychotomia sfery realnej i nominalnej, a zmiany podaży pieniądza wpływają na rozmiary wytworzonej produkcji. Wpływ ten ma jednak charakter krótkookresowy i ustępuje, gdy zanika szok lub gdy wszystkie przedsiębiorstwa zaktualizują swe ceny (Carlin, Soskice 2006, s. 571–572).

Jednym z najpopularniejszych sposobów wprowadzenia sztywności nominalnej do modelu konkurencji monopolistycznej Dixita-Stiglitz jest wykorzystanie tzw. schematu Calvo (1983) (ang. *Calvo formalism*). W ujęciu tym zakłada się, że w każdym okresie jedynie egzogenicznie określona, losowo dobrana część przedsiębiorstw dana przez $1 - \theta$, gdzie $\theta \in [0, 1]$, dokonuje reoptymalizacji cen wytwarzanych przez siebie dóbr. Pozostałe najwyżej częściowo je indeksują za pomocą wskaźnika inflacji. W wykorzystywanym przez nas prostym ujęciu nowokeynesowskiego modelu DSGE nie uwzględniamy kwestii indeksacji cen przez podmioty, które nie zmieniają się w danym okresie. W polskiej literaturze pełne wyprowadzenia modelu DSGE z indeksacją oraz sztywnością cen nominalnych można znaleźć np. w pracach Baranowskiego i in. (2013) oraz Kuchty (2014). W analizowanym przypadku przedsiębiorstwa optymalizujące ceny w danym okresie biorą pod uwagę to, że przeciętny okres jej trwania wynosi $1/(1 - \theta)$ i maksymalizują bieżącą wartość rynkową w okresie, w którym cena powinna pozostać niezmienną. W takich warunkach w gospodarce istnieje pewna grupa przedsiębiorstw (a nie pojedyncze podmioty), które wyznaczają ceny inaczej niż pozostałe, przez co ich decyzje wpływają na kształtowanie się agregatowego indeksu cen w tej gospodarce. Indeks ten jest dany przez:

$$P_t = \left[\theta P_{t-1}^{1-\varepsilon} + (1 - \theta) P_t^{*1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (18)$$

gdzie P_t^* jest ceną wybieraną przez przedsiębiorstwa reoptymalizujące jej poziom w okresie t .

Gdy przedsiębiorcy podejmujący decyzje dotyczące optymalnego poziomu cen swych produktów mają wpływ na ich cenę rynkową, nie jest zachowany warunek, przy którym możliwa jest liniowa agregacja funkcji produkcji oraz funkcji zysków (o czym mówiono w części 2.2). W konsekwencji za pomocą metody reprezentatywnych podmiotów nie można uzyskać takiego samego rozwiązania modelu jak rozwiązanie zdecentralizowane, przy założeniu, że istnieje pewna heterogeniczność podmiotów gospodarczych z dwóch wyodrębnionych grup. W omawianym przypadku grupa przedsiębiorstw, które zmieniają ceny w danym okresie, jest bowiem na tyle duża, że ich decyzje wpływają na przeciętny poziom cen w gospodarce, P_t . Jednocześnie jest na tyle niewielka, że różnice między cenami wyznaczanymi przez te przedsiębiorstwa, wynikające ze zróżnicowania tych podmiotów, przekładają się na przeciętny poziom wyznaczanych przez nie cen, P_t^* (Walsh 2010, s. 334). Aby jednoznacznie określić wartość P_t^* trzeba więc przyjąć założenia pozwalające na modelowanie rozkładu cen w grupie przedsiębiorstw reoptymalizujących cenę w danym okresie oraz w całej gospodarce lub wprowadzić założenia usuwające wszelką heterogeniczność z modelu. Drugie rozwiązanie jest o wiele prostsze pod względem matematycznym.

Wyznaczenie rozwiązania modelu DSGE ze sztywnością cen nominalnych wprowadzoną za pomocą schematu Calvo jest zatem możliwe, o ile przyjmiemy, że przedsiębiorstwa są homogeniczne pod każdym względem poza możliwością aktualizacji cen w danym okresie, a zatem w swych grupach rozwiązują dokładnie takie same problemy optymalizacyjne. Do grupy reoptymalizującej ceny trafiają w każdym okresie inne, losowo wybrane przedsiębiorstwa. Konieczne jest więc przyjęcie założenia, że wszystkie przedsiębiorstwa w analizowanej gospodarce mają dokładnie takie same: poziomy technologii, funkcje kosztów oraz funkcje produkcji. Wówczas w obu grupach (reoptymalizującej i niereoptymalizującej) występuje równowaga symetryczna i możliwe jest wyznaczenie rozwiązania modelu. Problem reprezentatywnego przedsiębiorstwa optymalizującego ceny w okresie t można wtedy przedstawić jako:

$$\max_{P_t^*} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} \left[P_t^* Y_{t+k} - TC_{t+k}(Y_{t+k}) \right] \right\} \quad (19)$$

pod warunkiem:

$$Y_{t+k} = \left[\frac{P_t^*}{P_t} \right]^{-\varepsilon} C_{t+k} \quad (20)$$

gdzie:

$Q_{t,t+k}$ – wielkość stochastycznego czynnika dyskontującego pomiędzy okresem t oraz $t+k$,

Y_{t+k} – wielkość produkcji wytworzonej w okresie $t+k$ przez przedsiębiorstwo reoptymalizujące ceny w okresie t , pod warunkiem że nie dokona ono ponownej reoptymalizacji po okresie t , aż do okresu $t+k$ włącznie.

Rezultatem powyższej optymalizacji jest wyznaczenie przez wszystkie przedsiębiorstwa podejmujące decyzję w okresie t ceny produkowanych przez nie dóbr na poziomie, który odpowiada ich przewidywanemu kosztowi krańcowemu powiększonemu o narzut wyrażający ich siłę rynkową, ważoną prawdopodobieństwem utrzymywania się ceny w kolejnych okresach. Wynik ten jest warunkowy względem dodatkowych założeń mówiących o występowaniu symetrycznej i doskonałej informacji, homogenicznych oczekiwań podmiotów gospodarczych oraz kompletności rynków aktywów.

W analizowanym przypadku agregatowa podaż jest określona standardowo przez:

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

Dodatkowo, biorąc pod uwagę, że przy braku sztywności płac nominalnych warunków oczyszczania rynku pracy jest dany równaniem (17), w połączeniu z równaniem (16) i na mocy warunku (13) otrzymujemy:

$$N_t = \int_0^1 N_t(i) di = \int_0^1 \frac{Y_t(i)}{A_t} di = \int_0^1 \frac{\left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\varepsilon} Y_t}{A_t} di = \frac{Y_t}{A_t} \int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\varepsilon} di \quad (21)$$

gdzie $\Delta_t = \int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\varepsilon} di$ jest miarą dyspersji cenowej, która wyraża stratę gospodarki wynikającą ze zróżnicowania cen i rozmiarów produkcji pomiędzy przedsiębiorstwami.

W konsekwencji otrzymujemy agregatową funkcję produkcji o postaci $Y_t = A_t N_t \Delta_t$. Zauważmy, że warunkiem koniecznym przeprowadzenia agregacji jest posiadanie przez wszystkie przedsiębiorstwa takiej samej technologii. W przeciwnym przypadku w równaniu (21) otrzymalibyśmy bowiem:

$$N_t = \int_0^1 \frac{\left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\varepsilon} Y_t}{A_t(i)} di, \text{ co uniemożliwiłoby wyznaczenie agregatowej postaci funkcji produkcji.}$$

Siła dyspersji cen zależy od natężenia procesów inflacyjnych w gospodarce. Wiąże się to z faktem, że jedynie podmioty reoptymalizujące ceny w danym okresie mogą w pełni uwzględnić w nich poziom inflacji. Pozostałe utrzymują ich poziom wyznaczony w trakcie poprzedniej zmiany, o ile model nie uwzględnia automatycznej, częściowej indeksacji cen przez przedsiębiorstwa, które nie reoptymalizują ich w danym okresie (por. Smets, Wouters 2007). W takim przypadku im wyższa jest stopa inflacji, tym większe zróżnicowanie cen. W sytuacji, gdy stopa inflacji jest niewielka, dyspersja cen oraz związane z tym zmniejszenie produkcji są nieznaczne. Jest to jednym z podstawowych argumentów przemawiających stabilizowaniem poziomu cen w gospodarce, w której występuje sztywność cen nominalnych.

Gdy analizowana gospodarka jest bliska stanu stacjonarnego o zerowej inflacji i w celu rozwiązania modelu stosujemy metodę przybliżeń liniowych, dyspersja jest na tyle mała, że możemy pominąć jej wpływ (por. Gali 2008, s. 62–63). Agregatowa funkcja produkcji przyjmuje wtedy postać: $Y_t = A_t N_t$. Badania prowadzone między innymi przez Ascariego i Sbordone (2014) wskazują jednak, że obecność nawet niewielkiego trendu inflacyjnego w stanie stacjonarnym może radykalnie zmienić wyniki uzyskane na podstawie analizowanego modelu. Źródłem tego problemu są metody, które wykorzystujemy w celu uzyskania rozwiązania modelu. W żaden sposób nie ogranicza to jednak możliwości przeprowadzenia agregacji z wykorzystaniem koncepcji reprezentatywnych podmiotów gospodarczych, co jest głównym przedmiotem naszego zainteresowania w niniejszym artykule.

Mechanizm powstawania sztywności cen nominalnych zaproponowany przez Calvo ma jeszcze jedną wadę, która powoduje naruszenie symetrii w modelu. Z faktu, że przedsiębiorstwa dzielą się na dwie grupy i ustalają ceny na różnych poziomach, wynika, iż niejednorodny jest również popyt na ich

towary, co powoduje zróżnicowanie wartości tych przedsiębiorstw. W takim przypadku różne będą również dywidendy otrzymywane przez gospodarstwa domowe będące właścicielami czynników produkcji w analizowanej gospodarce. Większe dochody gospodarstw domowych będących właścicielami przedsiębiorstw, które zmieniają ceny w bieżącym okresie, mogą wpływać na rozmiary popytu w analizowanej gospodarce, co prowadziłoby do konieczności modelowania jego rozkładu. Aby tego uniknąć, trzeba wprowadzić dodatkowe założenie, że każde z gospodarstw domowych jest właścicielem dokładnie takiej samej części udziałów w każdym przedsiębiorstwie. Ma to znamiona wprowadzania założeń *ad hoc*, ale znacznie ułatwia rozwiązanie problemu (Calvo 1983, s. 389; Kuchta 2014, s. 38).

Schemat Ercega, Hendersona i Levina (2000), umożliwiający wprowadzenie sztywności płac nominalnych do omawianego modelu, jest w dużej mierze adaptacją schematu Calvo do wyznaczania przeciętnego poziomu płac w gospodarce. Przez analogię można go więc zastosować w niniejszych rozważaniach. Decyzje dotyczące wysokości płac są w tym przypadku podejmowane przez gospodarstwa domowe i (lub) związki zawodowe oferujące różne rodzaje pracy i maksymalizujące swoją użyteczność. Występują również, jak u Calvo, opóźnienia w dostosowywaniu poziomu płac. Sprawiają one, że w danym okresie jedynie część gospodarstw domowych czy związków zawodowych może dokonać ich re-negocjacji, podczas gdy pozostałe mogą je najwyżej indeksować proporcjonalnie do wskaźnika inflacji. Podobnie jak w przypadku sztywności cen nominalnych w naszych rozważaniach pomijamy kwestie indeksacji. W polskiej literaturze pełne wyprowadzenia modelu DSGE z indeksacją oraz sztywnością płac nominalnych można znaleźć np. w pracach Baranowskiego i in. (2013) oraz Kuchty (2014).

Występowanie sztywności płac wymusza przyjęcie założenia o istnieniu identycznych gospodarstw domowych charakteryzujących się takimi samymi preferencjami w odniesieniu do konsumpcji poszczególnych dóbr i czasu wolnego, preferencjami czasowymi, dochodami (w tym pozapłacowymi), opodatkowaniem oraz początkowym zasobem obligacji. W przeciwnym przypadku wyznaczenie agregatowego poziomu płac w gospodarce byłoby niemożliwe, gdyż wszelkie odchylenia od ustalonej płacy, wynikające z potencjalnej heterogeniczności, znajdowałyby odzwierciedlenie w jej przeciętnym poziomie wyznaczanym przez reoptymalizujące podmioty. Występowanie sztywnych płac wymusza również przyjęcie założenia o istnieniu kompletnego systemu ubezpieczeń wzajemnych, który pozwala zabezpieczyć członków gospodarstwa domowego przed idiosynkratycznym ryzykiem związanym z ustalaniem płac. Jest to konieczne, aby wykluczyć wywieranie wpływu na rozmiary agregatowego popytu przez te gospodarstwa domowe, których członkowie reoptymalizują płace w danym okresie.

Należy zauważyć, że w schemacie sztywności nominalnej zaproponowanym przez Calvo stosuje się model heterogeniczności homogenicznych grup podmiotów. Modele tego typu były dość często wykorzystywane, zwłaszcza w badaniach dotyczących hybrydowej nowokeynesowskiej krzywej Phillipsa (ang. *hybrid New Keynesian Phillips curve*, HNKPC) (por. Gali, Gertler 1999). Również w tym przypadku w celu ich rozwiązania należało przyjąć założenie o istnieniu w pełni homogenicznych podmiotów gospodarczych.

Jak widzimy, koncepcje reprezentatywnych podmiotów gospodarczych pozwalają na uzyskanie bardzo mocnych wyników w przypadku prostych modeli równowagi ogólnej o typowym neoklasycznym charakterze, które ograniczają się na przykład do wykorzystania modelu konkurencji monopolistycznej Dixita-Stiglitz. Ich zastosowanie w nowokeynesowskich modelach sztywności nominalnych wymaga jednak wprowadzenia niezwykle silnych założeń ograniczających heterogeniczność podmiotów gospodarczych.

3. Krytyka redukcjonizmu jako narzędzia badawczego – przegląd stanowisk

Problemy analizowane za pomocą modeli równowagi ogólnej mają duże znaczenie dla funkcjonowania gospodarki oraz kształtu współczesnej teorii ekonomii. Rozwiązanie tych modeli i uzyskanie satysfakcjonujących wyników w dużej mierze zależą od przyjmowanych założeń. Sprawia to, że redukcjonistyczne modele reprezentatywnych podmiotów gospodarczych zostały poddane przez ekonomistów wnikliwej ocenie. Badania te umożliwiły wskazanie najpoważniejszych wątpliwości związanych z ich wykorzystaniem.

Jednym z najważniejszych zarzutów wobec analizowanych modeli jest zarzut przyjmowania zbyt silnych założeń upraszczających oraz braku ich dostatecznego potwierdzenia empirycznego. Poważne wątpliwości dotyczą między innymi teorii agregacji. Punktem wyjścia jest tu twierdzenie Sonnenscheina, Mantela i Debreu (Sonnenschein 1973; Mantel 1974, Debreu 1974). Zgodnie z nim teoria równowagi ogólnej nie określa, jakie cechy indywidualnych krzywych popytu powinny zostać przejęte przez krzywe agregatowe. Wiemy tylko, że powinny być ciągłe, homogeniczne w stopniu zerowym i zgodne z prawem Walrasa (Acemoglu 2009, s. 150). Oznacza to, że krzywe te mogą zachowywać się praktycznie w dowolny sposób. Z tego powodu twierdzenie to znane jest także jako twierdzenie *anything goes*. Jak wykazano w drugiej części opracowania, u podstaw agregacji w modelu reprezentatywnych podmiotów gospodarczych leżą natomiast szczegółowo określone warunki, które krzywym agregatowego popytu nadają ściśle ujemne nachylenie, choć nie wynika to z żadnych obiektywnych przesłanek.

Inne wątpliwości dotyczące przyjmowanych założeń dotyczą preferencji, które przyjęta teoria agregacji przypisuje gospodarstwom domowym. Z warunków Gorman-Muellbauera wynika, że udział konsumpcji dóbr różnego rodzaju w łącznej konsumpcji gospodarstw domowych jest stały niezależnie od poziomu dochodu. Jak wskazuje Hoover (2014, s. 21), prowadzi to do sytuacji, w której osoby bogacące się nie zmieniają swych preferencji dotyczących konsumpcji, poza jej równomiernym zwiększeniem o pewien parametr, co nie jest do końca zgodne z wynikami badań empirycznych. W przypadku modeli nieuwzględniających mechanizmów sztywności cen i płac nominalnych problem ten ma niewielkie znaczenie. W ujęciu statycznym warunki Gorman-Muellbauera dopuszczają zróżnicowanie upodobań konsumpcyjnych gospodarstw domowych, co znajduje odzwierciedlenie w przesunięciach krzywych Engla. Możemy zatem przyjąć, że w gospodarce występują podmioty o dojrzałych, jak też niedojrzałych gustach konsumpcyjnych, co może się wiązać z poziomem dochodu. W ujęciu dynamicznym argument ten jest bardziej zasadny. Omawiana przez nas klasa modeli DSGE ma charakter typowo krótkookresowy, więc problemy bogacenia się podmiotów oraz zmiany ich upodobań nie mogą prowadzić w tak krótkim czasie do powstania znacznych rozbieżności. Zagadnienie to zyskuje natomiast na znaczeniu w przypadku modeli uwzględniających sztywność cen i płac nominalnych. Agregacja jest wówczas możliwa jedynie przy założeniu, że wszystkie podmioty gospodarcze w modelu są identyczne. Oznacza to, że model nie uwzględnia żadnego zróżnicowania zwyczajów konsumpcyjnych, co można traktować jako bardzo daleko idące uproszczenie rzeczywistości.

Innym często poruszanym zagadnieniem jest brak idiosynkratycznych (czyli specyficznych dla danego gospodarstwa domowego) różnic w poziomie dochodów. W rzeczywistości w gospodarce istnieje wiele czynników, które mogą powodować czasowe lub trwałe ograniczenie dochodów gospodarstw domowych, np. bezrobocie. Jak wskazują wyniki badań empirycznych (por. Cochrane 1991; McCarthy 1995; Attanassio, Davis 1996), tego typu szoki mają duży wpływ na skłonność gospodarstw domowych do konsumpcji – powodują jej ograniczenie w sytuacji, gdy dochody spadają. Efekt ten jest

tym silniejszy, im niższy jest poziom zamożności danego gospodarstwa domowego. Oznacza to, że w rzeczywistej gospodarce, w której mamy do czynienia z niekompletnym rynkiem ubezpieczeń przed ryzykiem, rozkład dochodów będzie wpływał na poziom agregatowej konsumpcji. Jeżeli rozkład ten będzie względnie równomierny, a dochody społeczeństwa względnie wysokie, wpływ szoków idiosynkratycznych będzie niewielki. Gdy jednak w gospodarce występuje istotne zróżnicowanie dochodów, może on znacznie ograniczyć rozmiary agregatowej konsumpcji. Jak wykazaliśmy w drugiej części pracy, liniowa agregacja w modelach reprezentatywnych podmiotów gospodarczych jest możliwa pod warunkiem, że upodobania konsumpcyjne nie zmieniają się wraz ze zmianą dochodów. Modele te nie uwzględniają zatem ograniczeń rozmiarów agregatowej konsumpcji wynikających z występowania szoków idiosynkratycznych. Jak wskazuje Carroll (2000, s. 110–111), ich stosowanie może prowadzić do wystąpienia znacznych rozbieżności pomiędzy uzyskanymi wynikami a rzeczywistością. Rozbieżności tych nie da się jednak wyeliminować inaczej, niż rezygnując z metody reprezentatywnych podmiotów gospodarczych na rzecz modelowania rozkładów dochodów i bogactwa w społeczeństwie. Aby tego uniknąć, zakłada się, że rynki aktywów są kompletne, a gospodarstwa domowe mają dostęp do doskonałych ubezpieczeń przed wszelkimi rodzajami idiosynkratycznego ryzyka. Podobnie jak w przypadku zmian preferencji konsumpcyjnych gospodarstw domowych na skutek zmian poziomu dochodów problem ten jest istotny zwłaszcza w odniesieniu do modeli uwzględniających sztywność cen i płac nominalnych.

Pewne uwagi krytyczne można również sformułować w stosunku do modeli *continuum* podmiotów gospodarczych. Przyjęcie założenia, że w gospodarce występuje nieskończenie (nieprzeliczalnie) wiele podmiotów, musi budzić pewne wątpliwości, gdyż nieskończoność jest rzadka w naturze. Ponadto poszczególne przedsiębiorstwa nie są w tym przypadku wyraźnie oddzielone od siebie, co również jest sprzeczne z rzeczywistością. Wątpliwości te można uznać za zasadne, pamiętając, że Dixit i Stiglitz nie zdecydowali się na publikację pierwszej wersji swego artykułu z 1974 r. (por. Dixit, Stiglitz 2004). Zakładali w nim, że liczba przedsiębiorstw jest dana całką Stieltjesa na przedziale $[0, 1]$, o postaci: $\int_0^1 f(x) dg(x)$. Funkcja, po której całkujemy, przyjmuje w niej wartość 1 tylko w pewnych miejscach tego przedziału. Liczba przedsiębiorstw występujących w ich pierwotnym modelu miała być zatem nieskończona, ale wyrażona jako zbiór liczb rzeczywistych. Miały to być przedsiębiorstwa miary zero, jednak wyraźnie od siebie oddzielone. Opublikowana wersja modelu Dixita-Stiglitz (Dixit, Stiglitz 1977) przewidywała natomiast istnienie skończonej liczby przedsiębiorstw i produktów. Model ten stał się następnie podstawą licznych alternatywnych ujęć równowagi ogólnej, między innymi dzięki opracowaniu Blancharda i Kiyotakiego (1987), i dominował w pracach empirycznych przez następnych 10 lat. W tym przypadku pewne kontrowersje budziło jednak to, że model miał jedynie przybliżone rozwiązanie (por. Acemoglu 2009, s. 424). Z tego względu w pracy Yuna (1996) wprowadzono założenie o istnieniu *continuum* podmiotów gospodarczych.

Wiele zastrzeżeń budzą również przyjmowane standardowo założenia dodatkowe, które pozwalają na znaczne uproszczenie rozwiązania modelu równowagi ogólnej: homogeniczność i racjonalność oczekiwań, dostęp do doskonałej i symetrycznej informacji, jednakowa waga przypisywana przyszłej konsumpcji przez wszystkie gospodarstwa domowe, a także kompletność rynków aktywów. Trudno je pogodzić z rzeczywistością, bowiem większość badań empirycznych, zwłaszcza z pogranicza ekonomii behawioralnej i psychologii ekonomicznej, wskazuje na istotne zróżnicowanie zachowań podmiotów gospodarczych we wspomnianych aspektach.

Heterogeniczność powoli znajduje odzwierciedlenie w tworzonych modelach ekonomicznych. Mankiw, Reis i Wolfers (2003) w badaniach prowadzonych wśród konsumentów oraz ekonomistów zwrócili uwagę na różnice między oczekiwaniami inflacyjnymi. Souleles (2004), Lusardi i Mitchell (2008) oraz Bruine de Bruin i in. (2010) wykazali natomiast, że oczekiwania te różnią się w zależności od demograficznych cech podmiotów gospodarczych. Podobne wyniki uzyskali również Hommes i in. (2004) oraz Hommes (2011) w badaniach laboratoryjnych. Doprowadziło to do wzrostu popularności modeli opartych na koncepcji heterogenicznych oczekiwań. Zaproponowali je między innymi Branch i McGough (2009) oraz Massaro (2013). Zróżnicowanie oczekiwań oznacza, że przynajmniej część podmiotów gospodarczych nieracjonalnie formułuje swe przewidywania dotyczące przyszłości. Najczęściej autorzy przyjmują, że oczekiwania części społeczeństwa cechują się ograniczoną racjonalnością (ang. *bounded rationality*; por. Branch, McGough 2009) lub są formułowane w procesie adaptacyjnego uczenia się (ang. *adaptive learning*; por. Guse 2010). Jako przyczynę ograniczonej racjonalności zwykle wymienia się problemy z pozyskiwaniem informacji. Zjawisko to potwierdzają badania empiryczne przeprowadzone np. przez Schoenbacha i in. (1999) oraz Carrola (2003). Ich wyniki doprowadziły do podważenia dominującego dotychczas przekonania o istnieniu doskonałej informacji. Doprowadziło to między innymi do stworzenia modeli równowagi ogólnej z niepełną lub asymetryczną informacją (Mankiw, Reis 2011) oraz modeli opartych na koncepcji racjonalnej nieuwagi Simsa (2011), w której nacisk kładzie się na ograniczoną zdolność podmiotów gospodarczych do przetwarzania informacji.

Nieco mniej miejsca poświęca się kwestii dyskontowania, co wiąże się między innymi z faktem, że zadowalające zróżnicowanie w tym zakresie można uzyskać w ramach modelu heterogenicznych grup homogenicznych podmiotów. Większą popularnością cieszą się natomiast modele równowagi ogólnej, które uwzględniają niekompletność rynków aktywów (Evans, Hnatkovska 2012; Fiorini 2016). Wśród modeli tego nurtu na szczególną uwagę zasługują te, które opisują kształtowanie się rozkładu dochodów i bogactwa w społeczeństwie w sytuacji, gdy brakuje doskonałych ubezpieczeń przed ryzykiem. W takim przypadku możliwe jest odzwierciedlenie w analizach zjawiska tzw. mobilności społecznej, gdyż gospodarstwa domowe zmieniają swe położenie w rozkładzie dochodów i bogactwa w zależności od realizacji szoków idiosynkratycznych (por. Heathcote, Storesletten, Violante 2014). Pozwala to na przezwycięzenie jednej z podstawowych słabości modeli reprezentatywnych podmiotów gospodarczych. Modele te umożliwiają badanie procesów gospodarczych przy założeniu, że dochody gospodarstw domowych są zróżnicowane, ale ze względu na problemy z agregacją konsumpcji uniemożliwiają uwzględnianie trwałych odchyłeń tych dochodów od ich początkowego poziomu. Dochody poszczególnych gospodarstw domowych w takim modelu różnią się więc między sobą, ale ranking bogactwa jest stały. Powoduje to trudności z uwzględnieniem w tradycyjnych modelach równowagi ogólnej konsekwencji występowania takich zjawisk, jak bezrobocie (Kirman 1992).

Powyżej dokonano krótkiego przeglądu badań, których założenia są odmienne niż zazwyczaj przyjmowane, czyli reprezentatywne i homogeniczne podmioty gospodarcze, doskonała informacja oraz racjonalne oczekiwania. Wynika z niego, że problem nadmiernie restrykcyjnych ograniczeń narzucających przez tradycyjne modele ekonomiczne wykorzystujące koncepcję reprezentatywnych podmiotów gospodarczych jest coraz lepiej rozpoznany i coraz częściej analizowany. Niemniej jednak modele te pozostają poza głównym nurtem teorii ekonomii.

Zdaniem wielu przedstawicieli nowej szkoły keynesowskiej oraz NSN modele reprezentatywnych podmiotów gospodarczych są bardziej przydatne do prowadzenia analiz, które mają charakter neoklasyczny i prowadzą do ściśle neoklasycznych wniosków dotyczących sposobu kształtowania się cen,

oczyszczania się rynków czy roli polityki pieniężnej. Jak wykazano, otrzymane wyniki agregacji są bardzo silne, co pozwala traktować uzyskane rozwiązania jak równoważne rozwiązaniu modelu przez (prawie) heterogeniczne podmioty. Wyniki te nie występują jednak w przypadku modeli uwzględniających sztywność nominalną. Niektórzy ekonomiści uznają to za próbę przeniesienia na grunt makroekonomii keynesowskiej modeli, które znacznie odbiegają od jej podstawowych założeń dotyczących na przykład kształtowania się cen czy płac, a także od wizji gospodarki znajdującej się w krótkookresowym stanie nierównowagi (Bludnik 2009, s. 764–765).

Zdecydowanie najwięcej wątpliwości budzi jednak wprowadzenie w nowokeynesowskich modelach DSGE mechanizmów sztywności cen i płac nominalnych za pomocą tzw. schematu Calvo. Słuszny wydaje się w tym wypadku zarzut dostosowania wyników *ad hoc*, tak by uzyskane konkluzje były zgodne z przewidywanymi (Bludnik 2009, s. 767). Należy również zauważyć, że znacznie osłabia to uzyskane wyniki. W celu dokonania liniowej agregacji w tego typu modelach konieczne jest bowiem wprowadzenie niezwykle restrykcyjnych założeń, które w praktyce oznaczają pełną homogeniczność gospodarstw domowych i przedsiębiorstw w modelu. Jedyną cechą, która je odróżnia, jest możliwość przeprowadzenia dostosowań cenowych i płacowych.

Nowokeynesowskie modele reprezentatywnych podmiotów gospodarczych nadal budzą, jak widać, wiele wątpliwości o charakterze metodologicznym. Sprawia to, że konieczne jest prowadzenie dalszych prac oraz podejmowanie prób ich udoskonalenia i wzmocnienia uzyskanych wyników.

4. Korzyści z wykorzystania modeli reprezentatywnych podmiotów gospodarczych w analizach ekonomicznych

Pomimo stosunkowo częstej krytyki stosowania modeli reprezentatywnych podmiotów gospodarczych w analizach ekonomicznych są one obecnie jednym z najczęściej wykorzystywanych narzędzi badawczych w ekonomii. Należy zatem podjąć próbę odpowiedzi na pytanie o przyczynę tak dużej popularności tego typu modeli.

Ich główną zaletą jest to, że ogromnie upraszczają zadania stojące przed badaczem. Jak wskazują Brzoza-Brzezina i in. (2013, s. 643) i co widzieliśmy również w analizach zaprezentowanych w drugiej części tego opracowania, modele te umożliwiają rozwiązanie wielu problemów ekonomicznych wynikających ze struktury *continuum* podmiotów gospodarczych. Ponadto znacznie ograniczają liczbę obliczeń w przypadkach, gdy istnieje skończona, ale bardzo duża liczba podmiotów, jak np. w oryginalnej wersji modelu Dixita-Stiglitz (Dixit, Stiglitz 1977). Pozwalają również na stosowanie prostych reguł agregacji zmiennych mikroekonomicznych do poziomu agregatów makroekonomicznych, dzięki wprowadzeniu założenia o homogeniczności podmiotów gospodarczych lub wykorzystaniu zasad liniowej agregacji heterogenicznych podmiotów. Pozwala to uniknąć modelowania rozkładów wykorzystywanych zmiennych ekonomicznych w danej gospodarce. Co więcej, modele reprezentatywnych podmiotów umożliwiają także eliminację wszelkich szoków pojawiających się na poziomie mikroekonomicznym poprzez wprowadzenie odpowiednich założeń dotyczących dostępu podmiotów do kompletnych rynków ubezpieczeń przed idiosynkratycznym ryzykiem. Wszystkie te czynniki umożliwiają z kolei wykorzystanie stosunkowo prostych metod matematycznych i ekonometrycznych w celu znalezienia rozwiązania oraz estymacji ich parametrów.

Należy podkreślić, że immanentną cechą modeli reprezentatywnych podmiotów gospodarczych, jak też całego redukcjonistycznego podejścia do nauki jest daleko idące uproszczenie objaśnianej rzeczywistości gospodarczej. Ma ono na celu wyodrębnienie pewnych ogólnych praw rządzących zachowaniem i decyzjami jednostek biorących w niej udział. Jak wskazuje Hoover (2008), stosowanie takiego podejścia zbyt dosłownie może prowadzić do nadużyć i zafałszowań. Jeśli jednak wykorzystujemy je z umiarem, może zwiększyć naszą wiedzę o rzeczywistości, gdyż pozwala na stworzenie wielu prostych modeli ułatwiających analizy skomplikowanej i heterogenicznej rzeczywistości. Zasadności ich użycia nie można jednak uzależniać od tego, czy mają wyraźnie określone mikropodstawy.

Dla oceny możliwości wykorzystywania modeli reprezentatywnych podmiotów gospodarczych powinno mieć również znaczenie to, że podejście redukcjonistyczne jest źródłem wielkich sukcesów w innych naukach, między innymi w naukach przyrodniczych, takich jak fizyka czy biologia. Tajemnica tego sukcesu tkwi w zjawisku tzw. emergencji. Polega ono na tym, że metody redukcjonistyczne pozwalają na tworzenie prostych modeli, które stanowią jedynie przybliżenie pierwszego rzędu badanego problemu i dają nam ograniczony wgląd w jego mechanizmy. W miarę pogłębiania obserwacji modele te są rozbudowywane i zastępowane nowymi, bardziej skomplikowanymi ujęciami, które przenoszą analizy zależności na inne, głębsze poziomy. Jak wskazuje Heller (2012, s. 303–307), w miarę rozwoju fizyki i poznawania kolejnych poziomów materii mechanika newtonowska była zastępowana mechaniką kwantową czy kwantową teorią pola. Okazało się, że pewne stałe, takie jak stała Einsteina czy stała Plancka, opisywały zjawiska, których obraz uzyskano dopiero po przejściu do poznawania zależności obserwowanych na nowych poziomach. Nowe teorie i metody analizy przynoszą bowiem nowe obserwacje i w ten sposób rośnie złożoność nauki. Wydaje się, że również w ekonomii coraz wyraźniej widać przejście na nowy poziom analiz. Charakterystyczne dla tradycyjnego ujęcia trzy filary: reprezentatywne podmioty gospodarcze, racjonalne oczekiwania oraz doskonała informacja, są stopniowo wypierane przez: heterogeniczne podmioty, nieracjonalne oczekiwania i niedoskonałą, asymetryczną informację. Jak wskazuje Colander (2006, s. 7–9), pierwsze prace nad przejściem do nowego paradygmatu zostały już podjęte, jednak obecnie nasze możliwości techniczne i analityczne są zbyt małe, aby można było w pełni przestawić się na nowe rozwiązania.

W ten sposób doszliśmy do najważniejszej przyczyny dużej popularności modeli reprezentatywnych podmiotów. Jest nią słabość alternatywnych metod analizy ekonomicznej. W szczególności dotyczy to modeli w pełni heterogenicznych podmiotów gospodarczych. Jak wskazują między innymi Brzoza-Brzezina i in. (2013, s. 643–644) oraz Hoover (2014, s. 21–22), ze względu na brak efektywnych algorytmów metody obliczeniowe wykorzystywane w tego typu badaniach nadal są bardzo złożone. Znacznie ogranicza to możliwość wykorzystania tego typu modeli do analizy problemów gospodarczych wymagających szybkiego rozwiązania. Modele reprezentatywnych podmiotów gospodarczych stanowią w tym przypadku interesującą alternatywę.

Jak zauważa Hoover (2008, s. 321), modele te dostarczają również stosunkowo prostego i eleganckiego rozwiązania tzw. problemu Cournota, polegającego na niemożności stworzenia modeli ekonomicznych, które opisywałyby całość interakcji pomiędzy wszystkimi jednostkami analizowanymi w modelu. Z problemem tym nadal nie mogą sobie poradzić modele w pełni heterogenicznych podmiotów.

5. Podsumowanie

W prezentowanym artykule omówiono główne rodzaje modeli reprezentatywnych podmiotów gospodarczych wykorzystywane przez przedstawicieli nowej szkoły keynesowskiej, w szczególności nurtu NSN. Pozwoliło to na ocenę warunków, których spełnienie jest konieczne w celu wyznaczenia rozwiązania konkurencyjnych specyfikacji modeli DSGE. Z przeprowadzonych analiz wynika, że w modelach opartych na koncepcji konkurencji monopolistycznej Dixita-Stiglitz, które nie uwzględniają sztywności cen nominalnych, wprowadzenie kilku prostych założeń umożliwiających agregację i nieznacznie ograniczających heterogeniczność podmiotów gospodarczych (przede wszystkim w zakresie zwyczajów i technologii), prowadzi do uzyskania modelu równowagi ogólnej. Taki sam rezultat uzyskalibyśmy w wyniku rozwiązania problemów optymalizacyjnych każdego z analizowanych (prawie) heterogenicznych podmiotów osobno.

W odniesieniu do modeli sztywności cen (i płac) proponowanych przez przedstawicieli NSN stwierdzono natomiast, że zastosowane rozwiązania prowadzą do znacznego osłabienia jakości uzyskanych wyników. Konieczne jest bowiem wprowadzenie stosunkowo restrykcyjnych założeń pozwalających na ich rozwiązanie przy zachowaniu równowagi symetrycznej.

Utrzymujące się wątpliwości metodologiczne co do analizowanych modeli, w szczególności dotyczące wykorzystywanych w nich założeń upraszczających, przemawiają za kontynuacją podjętych prac badawczych. Na korzyść modeli reprezentatywnych podmiotów działa natomiast słabość rozwiązań alternatywnych, zwłaszcza modeli podmiotów w pełni heterogenicznych.

Bibliografia

- Acemoglu D. (2009), *Introduction to Modern Economic Growth*, Princeton University Press.
- Armington P.S. (1969), *A theory of demand for products distinguished by place of production*, IMF Staff Papers, 16.
- Arrow J.K. (1964), The role of securities in the optimal risk-bearing, *Review of Economic Studies*, 31(2), 91–96.
- Arrow J.K., Debreu G. (1954), Existence of an equilibrium for a competitive economy, *Econometrica*, 22(3), 265–290.
- Ascari G., Sbordone A.M. (2014), The macroeconomics of trend inflation, *Journal of Economic Literature*, 52(3), 679–739.
- Attanasio O.P., Davis S.J. (1996), Relative wage movements and the distribution of consumption, *Journal of Political Economy*, 104(6), 1227–1262.
- Axtell R.L. (2006), Multi-agent systems macro: a prospectus, w: D. Colander (red.), *Post Walrasian Macroeconomics. Beyond the Dynamic Stochastic General Equilibrium Model*, Cambridge University Press.
- Banks J., Blundell R., Lewbel A. (1997), Quadratic Engel curves and consumer demand, *Review of Economics and Statistics*, 79(4), 527–539.
- Baranowski P., Gałęcka-Burdziak E., Górajski M., Malaczewski M., Szafranski G. (2013), *Inflacja a mechanizmy aktualizacji cen. Studium dla Polski*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego i Wydawnictwo Naukowe PWN.

- Blanchard O.J., Kiyotaki N. (1987), Monopolistic competition and the effects of aggregate demand, *American Economic Review*, 77(4), 647–666.
- Bludnik I. (2009), Redukcjonizm w modelach neokeynesowskich, *Ekonomista*, 6, 761–774.
- Blundell R., Stoker T.M. (2005), Heterogeneity and aggregation, *Journal of Economic Literature*, 63(2), 347–391.
- Bruine de Bruin W., van der Klauw W., Downs J., Fischhoff B., Topa G., Armantier O. (2010), Expectations of inflations: the role of demographic variables, expectations formation, and financial literacy, *Journal of Consumer Affairs*, 44(2), 381–402.
- Brzoza-Brzezina M., Kolasa M., Koloch G., Makarski K., Rubaszek M. (2013), Monetary policy in a non-representative agent economy: a survey, *Journal of Economic Surveys*, 27(4), 641–669.
- Calvo G. (1983), Staggered prices in a utility maximising framework, *Journal of Monetary Economics*, 12(3), 383–398.
- Carlin W., Soskice D. (2006), *Macroeconomics: Imperfections, Institutions and Policies*, Oxford University Press.
- Carroll C. (2000), Requiem for the representative consumer? Aggregate implications of microeconomic consumption behavior, *American Economic Review*, 90(2), 110–115.
- Carroll C. (2003), Macroeconomic expectations of households and professional forecasters, *Quarterly Journal of Economics*, 118(1), 269–298.
- Clarida R., Gali J., Gertler M. (1999), The science of monetary policy: a New Keynesian perspective, *Journal of Economic Literature*, 37(4), 1661–1707.
- Cochrane J.H. (1991), A simple test of consumption insurance, *Journal of Political Economy*, 99(5), 957–976.
- Colander D., red. (2006), *Post Walrasian Macroeconomics. Beyond the Dynamic Stochastic General Equilibrium Model*, Cambridge University Press.
- Debreu G. (1974), Excess demand functions, *Journal of Mathematical Economics*, 1(1), 15–21.
- Dixit A.K., Stiglitz J.E. (1977), Monopolistic competition and optimum product diversity, *American Economic Review*, 67(3), 297–308.
- Dixit A.K., Stiglitz J.E. (2004), Monopolistic competition and optimum product diversity (May 1974), w: S. Brakman, B.J. Heijdra (red.), *The Monopolistic Competition Revolution in Retrospect*, Cambridge University Press.
- Duarte P.G., Lima G.T. (2012), Introduction: Privileging micro over macro? A history of conflicting positions, w: P.G. Duarte, G.T. Lima, *Microfoundations Reconsidered: the Relationship of Micro and Macroeconomics in Historical Perspective*, Edward Elgar Publishing.
- Erceg C.J., Henderson D.W., Levin A.T. (2000), Optimal monetary policy with staggered wage and price contracts, *Journal of Monetary Economics*, 46(2), 281–314.
- Evans M.D.D., Hnatkovska V. (2012), A method for solving general equilibrium models with incomplete markets and many financial assets, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 36(12), 1909–1930.
- Felipe J., Fisher F.M. (2003), Aggregation in production functions: What applied economists should know, *Metroeconomica*, 54(2&3), 208–262.
- Fiorini L.C. (2016), Equilibrium indeterminacy in a model of constrained financial market, *International Economic Review*, 57(3), 857–880.
- Frisch R. (1933), *Propagation problems and impulse problems in dynamic economics*, Publikasjon, 3, Universitetets Økonomiske Institutt.

- Gali J. (2008), *Monetary Policy, Inflation and the Business Cycle. An Introduction to the New Keynesian Framework*, Princeton University Press.
- Gali J., Gertler M. (1999), Inflation dynamics: a structural econometric analysis, *Journal of Monetary Economics*, 44, 195–222.
- Geweke J. (1985), Macroeconometric modeling and the theory of the representative agent, *American Economic Review*, 75(2), 206–210.
- Gorman W.M. (1953), Community preference fields, *Econometrica*, 21(1), 63–80.
- Green H.A.J. (1964), *Aggregation in Economic Analysis*, Princeton University Press.
- Guse A.M. (2010), Heterogeneous expectations, adaptive learning, and evolutionary dynamics, *Journal of Economic Behavior & Organization*, 74(1–2), 42–57.
- Hausman J.A., Newey W.K., Powell J.L. (1995), Nonlinear errors in variables: estimation of some Engel curves, *Journal of Econometrics*, 65(1), 205–253.
- Heathcote J., Storesletten K., Violante G. (2014), Consumption and labor supply with partial insurance: an analytical framework, *American Economic Review*, 104(7), 2075–2126.
- Hejdra B.J., van der Ploeg F. (2002), *The Foundations of Modern Macroeconomics*, Oxford University Press.
- Heller M. (2012), *Filozofia przypadku*, Copernicus Center Press.
- Hommes C. (2011), The heterogeneous expectations hypothesis: some evidence from the lab, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 35(1), 1–24.
- Hommes C., Sonnemans J., Tuinstra J., van de Velde H. (2004), Coordination and expectations in asset pricing experiments, *Review of Financial Studies*, 18(3), 955–980.
- Hoover K.D. (2008), Does macroeconomics need microfoundations?, w: D.M. Hausman (red.), *The Philosophy of Economics. An Anthology*, Cambridge University Press.
- Hoover K.D. (2009), Microfoundations and the ontology of macroeconomics, w: D. Ross, H. Kincaid, *The Oxford Handbook of Philosophy of Economics*, Oxford University Press.
- Hoover K.D. (2014), *Reductionism in economics: causality and intentionality in the microfoundations of macroeconomics*, CHOPE Working Paper, 2014-03, Center for the History of Political Economy, Duke University.
- Keynes J.M. (1936, wyd. pol. 2003), *Ogólna teoria zatrudnienia, procentu i pieniądza*, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Kirman A.P. (1992), Whom or what does the individual representative represent?, *Journal of Economic Perspectives*, 6(2), 117–136.
- Kuchta Z. (2014), Sztywność płac nominalnych w modelach DSGE małej skali. Analiza empiryczna dla Polski, *Gospodarka Narodowa*, 6, 31–56.
- Kydland F.E., Prescott E.C. (1982), Time to build and aggregate fluctuations, *Econometrica*, 50(6), 1345–1370.
- Leontief W.W. (1936), The fundamental assumption of Mr. Keynes' monetary theory of unemployment, *Quarterly Journal of Economics*, 51(1), 192–197.
- Lucas R.E., Jr. (1976), Econometric policy evaluation: a critique, w: K. Brunner, A. Meltzer (red.), *Theory, policy, institutions: papers from Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, vol. 1, North-Holland.
- Lusardi A., Mitchell O. (2008), Planning and financial literacy: How do women fare?, *American Economic Review*, 98(2), 413–417.

- Mankiw N.G., Reis R. (2011), Imperfect information and aggregate supply, w: B.M. Friedman, M. Woodford (red.), *Handbook of Monetary Economics*, North-Holland.
- Mankiw N.G., Reis R. Wolfers J. (2003), Disagreement about inflation expectations, *NBER Macroeconomics Annual* 2003, 18, 209–248.
- Mantel R.R. (1974), On the characterization of aggregate excess demand, *Journal of Economic Theory*, 7(3), 348–353.
- Mas-Colell A., Whinston M.D., Green J.R. (1995), *Microeconomic Theory*, Oxford University Press.
- Massaro D. (2013), Heterogeneous expectations in monetary DSGE models, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 37(3), 680–692.
- McCandless G. (2008), *The ABC's of RBC's. An Introduction to Dynamic Macroeconomic Models*, Harvard University Press.
- McCarthy J. (1995), Imperfect insurance and differing propensities to consume across households, *Journal of Monetary Economics*, 35(2), 301–327.
- McQueen D. (1988), The hidden microeconomics of John Maynard Keynes, w: O.F. Hamouda, J.N. Smithin (red.), *Keynes and Public Policy after Fifty Years*, Edward Elgar.
- Muellbauer J. (1981), Linear aggregation in neoclassical labour supply, *The Review of Economic Studies*, 48(1), 21–36.
- Prais S.J., Houthakker H.S. (1955), *The Analysis of Family Budgets*, Cambridge University Press.
- Rotemberg J., Woodford M. (1997), An optimization-based econometric framework for the evaluation of monetary policy, w: B.S. Bernanke, J. Rotemberg, *NBER Macroeconomics Annual* 1997, 12, MIT Press.
- Schoenbach K., Lauf E., McLeod J., Scheufele D. (1999), Distinction and integration: sociodemographic determinants of newspaper reading in the USA and Germany, 1974–96, *European Journal of Communication*, 14(2), 225–239.
- Sims C.A. (2011), Rational inattention and monetary economics, w: B.M. Friedman, M. Woodford (red.), *Handbook of Monetary Economics*, North-Holland.
- Smets F., Wouters R. (2007), Shocks and frictions in US business cycles: a Bayesian DSGE approach, *American Economic Review*, 97(3), 586–606.
- Sonnenschein H. (1973), Do Walras' identity and continuity characterize the class of community excess demand functions?, *Journal of Economic Theory*, 6(4), 345–354.
- Souleles N. (2004), Expectations, heterogeneous forecast errors, and consumption: micro evidence from the Michigan Consumer Sentiment Surveys, *Journal of Money, Credit and Banking*, 36(1), 40–72.
- Tobin J. (1993), Price flexibility and output stability: an old Keynesian view, *Journal of Economic Perspectives*, 7(1), 45–65.
- Varian H.R. (2005), *Mikroekonomia*, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Walsh C.E. (2010), *Monetary Theory and Policy*, MIT Press.
- Wojtyła A. (2000), *Ewolucja keynesizmu a główny nurt ekonomii*, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Yun T. (1996), Nominal price rigidity, money supply endogeneity and business cycles, *Journal of Monetary Economics*, 37(2), 345–370.

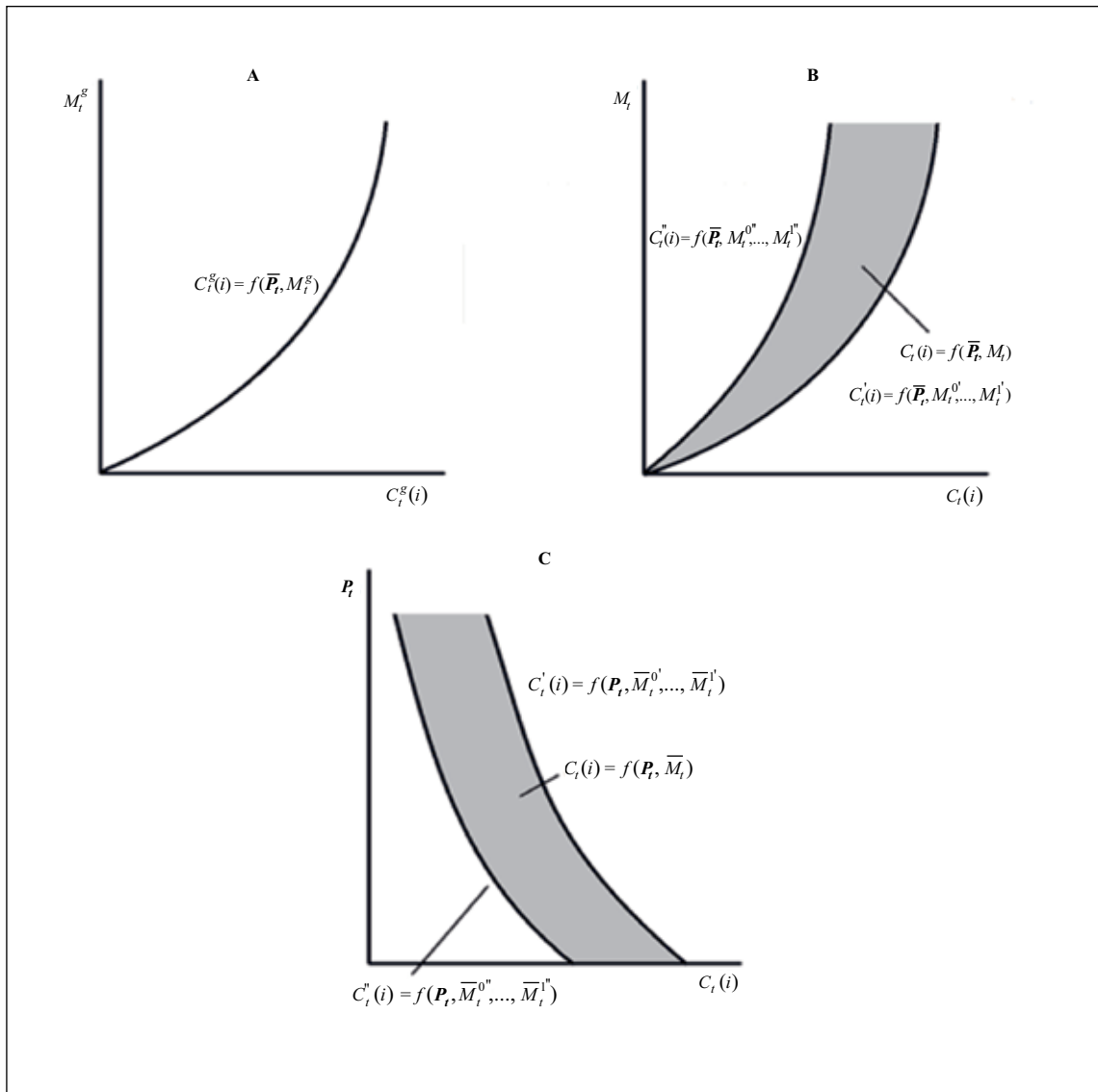
Podziękowania

Publikacja przygotowana ze środków Narodowego Centrum Nauki w ramach projektu pt. *Możliwości wykorzystania modeli DSGE w analizie związków pomiędzy polityką pieniężną a bezrobociem na przykładzie gospodarki polskiej*, numer umowy UMO-2012/07/N/HS4/02708.

Aneks

Wykres 1

Problem agregacji popytu na dobro w przypadku występowania nieliniowych krzywych Engla gospodarstw domowych



Representative agents' models as a method of analysis of the new neoclassical synthesis

Abstract

The article characterizes the main types of representative agents' models used by the economists belonging to the New Keynesian school of economic thought, and especially to its New Neoclassical Synthesis branch. It allows the assessment of conditions, the adoption of which is necessary in order to determine the solutions of these models.

Undertaken analyses show that in the case of the models based on Dixit-Stiglitz monopolistic competition, which do not include nominal price rigidities, introduction of several simple assumptions which enable aggregation and introduce relatively weak constraints on the heterogeneity of economic entities, enables us to obtain the general equilibrium model that might be solved at an aggregate level as if it was solved at the decentralized level.

In the case of models allowing for price and wage rigidities, it is shown that the Calvo formalism (and the corresponding Erceg-Henderson-Levin formalism) results in the necessity of introducing the assumption of the so-called symmetric equilibrium.

Keywords: new neoclassical synthesis, representative agents, aggregation, microfoundations of economics